

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA  
ELÉTRICA**

Aline Kocholik

**MODELO BINÍVEL DE DESPACHO ÓTIMO DE POTÊNCIA  
ATIVA E REATIVA BASEADO NAS CONDIÇÕES  
NECESSÁRIAS DE FRITZ-JOHN NORMALIZADAS**

Dissertação submetida ao Programa de  
Pós-Graduação em Engenharia Elétrica  
da Universidade Federal de Santa  
Catarina para a obtenção do Grau de  
Mestre em Engenharia Elétrica.  
Orientadora: Profa. Katia Campos de  
Almeida, Ph.D.  
Coorientadora: Thelma Solange Piazza  
Fernandes, Dra.

Florianópolis  
2015

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor  
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca  
Universitária da UFSC.

Kocholik, Aline

Modelo Binível de Despacho Ótimo de Potência Ativa e Reativa Baseado nas Condições Necessárias de Fritz-John Normalizadas / Aline Kocholik ; orientadora, Katia Campos de Almeida ; coorientadora, Thelma Solange Piazza Fernandes - Florianópolis, SC, 2015.

144 p.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica.

Inclui referências

1. Engenharia Elétrica. 2. Despacho Ótimo de Potência Ativa e Reativa. 3. Suporte de reativos. 4. Otimização em dois níveis. 5. Condições necessárias de Fritz-John normalizadas. I. Campos de Almeida, Katia . II. Solange Piazza Fernandes, Thelma. III. Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica. IV. Título.

Aline Kocholik

**MODELO BINÍVEL DE DESPACHO ÓTIMO DE POTÊNCIA  
ATIVA E REATIVA BASEADO NAS CONDIÇÕES  
NECESSÁRIAS DE FRITZ-JOHN NORMALIZADAS**

Esta Dissertação foi julgada adequada para obtenção do Título de “Mestre em Engenharia Elétrica”, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica.

Florianópolis, 23 de Fevereiro de 2015.

---

Prof. Carlos Galup Montoro, Ph.D.  
Coordenador do Curso

**Banca Examinadora:**

---

Profa. Katia Campos de Almeida, Ph.D.  
Universidade Federal de Santa Catarina  
Orientadora

---

Prof. Guilherme Guimarães Lage, Dr.  
Universidade Federal de São Carlos

---

Prof. Hans Helmut Zürn, Ph.D.  
Universidade Federal de Santa Catarina

---

Prof. Roberto de Souza Salgado, Ph.D.  
Universidade Federal de Santa Catarina



Este trabalho é dedicado à minha  
família.



## AGRADECIMENTOS

A Deus pela dádiva da vida e por iluminar meu caminho, me protegendo e dando forças para seguir sempre em frente.

À professora Katia, não só pela orientação deste trabalho, mas também por sua dedicação, paciência e apoio ao longo de todo o período da dissertação.

À professora Thelma pela coorientação deste trabalho e pela amizade.

À professora Andrea, por sempre me incentivar e acreditar em mim.

A todos os professores que contribuíram para a minha formação neste curso.

Ao CNPQ pelo suporte financeiro.

Aos meus colegas e principalmente às minhas amigas Franciele, Kauana e Fernanda, que fizeram a distância de casa menos árdua.

Aos meus pais, Julio e Claudete, que, com muito amor, carinho e apoio, não mediram esforços para que eu chegasse até esta etapa da minha vida.

À minha irmã, Jaqueline, pelo carinho, apoio e amizade.

Ao meu noivo, Maurício, por toda a paciência, incentivo, dedicação e amor.





“É muito melhor lançar-se em busca de conquistas grandiosas, mesmo expondo-se ao fracasso, do que alinhar-se com os pobres de espírito, que nem gozam muito nem sofrem muito, porque vivem numa penumbra cinzenta, onde não conhecem nem vitória, nem derrota.”

(Theodore Roosevelt)



## RESUMO

Neste trabalho é apresentado um modelo de despacho ótimo de potência ativa e reativa baseado na minimização do somatório dos desvios quadráticos da potência ativa fornecida pelos geradores, quando estes provêm reativos para o sistema, em relação à potência ativa gerada por estes mesmos geradores quando não precisam gerar reativos. Os desvios quadráticos são ponderados pelos preços marginais das barras, os quais dependem das ofertas dos geradores, e pela capacidade dos geradores. O modelo foi expresso como um problema do Fluxo de Potência Ótimo não-linear de dois níveis. Os objetivos deste trabalho são adaptar o modelo proposto por SENNA (2009) ao caso brasileiro, analisar os resultados obtidos através deste modelo e buscar uma forma alternativa de resolver o problema de otimização de dois níveis. Como técnica de solução, o problema do nível inferior foi modelado como um conjunto de restrições do problema de nível superior. Assim o problema binível tornou-se um problema de otimização de um único nível, que foi resolvido através do método primal-dual de pontos interiores utilizando as condições necessárias de Fritz-John (FJ) normalizadas. Foram feitas simulações para exemplos de 2 e 5 barras e para os sistemas de 30 e 118 barras do IEEE e os resultados numéricos obtidos mostram que a metodologia apresenta bom desempenho.

**Palavras-chave:** Fluxo de Potência Ótimo, Suporte de Reativos, Otimização em dois níveis, Condições necessárias de Fritz-John normalizadas, Método de Pontos Interiores.



## ABSTRACT

This work presents an optimal active and reactive power dispatch model based on the minimization of the sum of the square deviations of the active power provided by generators, when supplying reactive power, with respect to the active power generation when reactive power generation is not needed. The square deviations are weighted by the bus marginal prices, which depend on the offers made by the generators, and by the generator capacities. The model is expressed as a bilevel nonlinear optimal power flow problem. This bilevel problem is transformed into a single level problem by substituting the optimality conditions of the lower level problem into the upper level one. A normalized set of Fritz-John conditions is used to represent the optimal solutions of the single level problem, and the primal-dual interior point method is employed to obtain its solutions. Simulations were carried out with 2-bus and 5-bus examples, and also with the IEEE 30 and 118-bus test systems, indicating the good performance of the method.

**Keywords:** Optimal Power Flow Problem, Reactive Power Support, Bilevel Optimization, Fritz-John Optimality Conditions, Interior Point Method.



## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Principais instituições do atual modelo setorial.....	29
Figura 1.2 – Valor da Tarifa de Serviços Ancilares.....	35
Figura 1.3 – Valor do Preço de Liquidação de Diferenças.....	36
Figura 2.1 – Curva de Capabilidade.....	58
Figura 5.1 – Diagrama do sistema de 2 barras.....	78
Figura 5.2 – Diagrama do sistema de 5 barras.....	79
Figura 5.3 – Perfil de tensão sistema IEEE 30 – sem limite de transm.....	93
Figura 5.4 – Perfil de tensão sistema IEEE 30 – com limite de transm.....	94
Figura 5.5 – Perfil de tensão sistema IEEE 118.....	99





## LISTA DE TABELAS

Tabela 5.1 – Variáveis que não sofrem alterações.....	77
Tabela 5.2 – Dados dos geradores do sistema de 2 barras.....	78
Tabela 5.3 – Dados dos geradores do sistema de 5 barras.....	79
Tabela 5.4 – Valores dos coeficientes $\alpha$ e $P_{giesp}$ .....	81
Tabela 5.5 – Resultados da simulação do sistema de 2 barras.....	81
Tabela 5.6 – Valores dos coeficientes $\alpha$ .....	83
Tabela 5.7 – Resultados da simulação do sistema de 5 barras.....	83
Tabela 5.8 – Valores dos coeficientes $\alpha$ e $P_{giesp}$ .....	85
Tabela 5.9 – Resultados da simulação do sistema de 2 barras.....	86
Tabela 5.10 – Valores dos coeficientes $\alpha$ .....	88
Tabela 5.11 – Resultados da simulação do sistema de 30 barras.....	88
Tabela 5.12 – Fluxo de potência nas linhas sobrecarregadas.....	90
Tabela 5.13 – Resultados do sistema de 30 barras – c/ lim. de transm....	90
Tabela 5.14 – Valores de $\lambda$ nas barras do sistema.....	91
Tabela 5.15 – Fluxo de potência nas linhas sobrecarregadas.....	92
Tabela 5.16 – Valores dos coeficientes $\alpha$ .....	95
Tabela 5.17 – Resultados da simulação do sistema de 118 barras.....	96
Tabela 5.18 – Compensação dos geradores pela geração de reativos.....	100
Tabela 5.19 – Número de iterações.....	101
Tabela 5.20 – Variação do parâmetro de barreira $\mu$ .....	102
Tabela 5.21 – Ofertas dos geradores.....	103
Tabela 5.22 – Resultados das funções objetivo.....	104
Tabela A.1 – Dados do sistema de 30 barras.....	140
Tabela B.1 – Dados de carga do sistema de 118 barras.....	142
Tabela B.2 – Dados dos geradores do sistema de 118 barras.....	143



## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ACL	Ambiente de Contratação Livre
ACR	Ambiente de Contratação Regulada
ANEEL	Agência Nacional de Energia Elétrica
BLP	Problema de Otimização Binível ( <i>Bilevel Programming Problem</i> )
CAG	Controle Automático de Geração
CCEE	Câmara de Comercialização de Energia Elétrica
CMO	Custo Marginal de Operação
CPST	Contratos de Prestação de Serviços de Transmissão
ECE	Esquemas de Controle de Emergência
ECS	Esquemas de Controle de Segurança
ESS	Encargos de Serviços do Sistema
FERC	Comissão Federal Reguladora de Energia ( <i>Federal Energy Regulatory Commission</i> )
FJ	Fritz-John
FPO	Fluxo de Potência Ótimo
KKT	Karush-Kuhn-Tucker
MAE	Mercado Atacadista de Energia Elétrica
MRE	Mecanismo de Realocação de Energia
MCP	Mercado de Curto Prazo
ML	Multiplicadores de Lagrange
MME	Ministério de Minas e Energia
NERC	Conselho Norte Americano de Confiabilidade Elétrica ( <i>North American Electric Reliability Corporation</i> )
NYISO	Operador do Sistema de Nova Iorque ( <i>New York Independent System Operator</i> )
ONS	Operador Nacional do Sistema Elétrico
PL	Programação Linear
PLD	Preço de Liquidação das Diferenças
AS	Serviço Ancilar
SAs	Serviços Ancilares
SEP	Sistema Especial de Proteção
SIN	Sistema Interligado Nacional
TSA	Tarifa de Serviços Ancilares



## LISTA DE SÍMBOLOS

$b_i$	Susceptância do compensador estático de reativos da barra $i$ .
$b_i^{min}$	Limite mínimo da susceptância do compensador estático de reativos da barra $i$ .
$b_i^{max}$	Limite máximo da susceptância do compensador estático de reativos da barra $i$ .
$D_i$	Desvio quadrático entre as potências geradas no nível inferior (sem reativos) e no nível superior (com reativos).
$E_i^{max}$	Tensão máxima de excitação do gerador $i$ .
$fl_l$	Fluxo de potência na linha $l$ considerando reativos.
$fl_l^0(\delta^0)$	Fluxo de potência ativa na linha $l$ .
$fl_l^{min}$	Limite mínimo do fluxo de potência na linha $l$ .
$fl_l^{max}$	Limite máximo do fluxo de potência na linha $l$ .
$i$	Número de cada barra do sistema.
$L$	Lagrangeano do problema proposto.
$L^0$	Lagrangeano do nível inferior do problema binível proposto.
$n$	Número de barras do sistema.
$o_i^0$	Oferta inicial do gerador $i$ .
$O$	Desvio quadrático ponderado total do sistema.
$O_i$	Desvio quadrático ponderado do gerador $i$ .
$P_i(V, \delta, t)$	Soma dos fluxos de potência ativa que saem da barra $i$ .
$P_i^0(\delta^0)$	Soma dos fluxos de potência ativa que saem da barra $i$ considerando o perfil de tensão na barra $i$ plano.
$Pd_i$	Carga ativa da barra $i$ .
$Pg_i$	Potência ativa gerada na barra $i$ quando há geração de reativos.
$Pg_i^0$	Potência ativa gerada na barra $i$ .
$Pg_i^{min}$	Limite mínimo da potência ativa a ser gerada pelo gerador da barra $i$ .
$Pg_i^M(Qg_i)$	Limite máximo da potência ativa a ser gerada pelo gerador da barra $i$ , considerando a Curva de Capabilidade do gerador.
$Q_i(V, \delta, t)$	Soma dos fluxos de potência reativa que saem da barra $i$ .

$Qd_i$	Carga reativa na barra $i$ .
$Qg_i$	Potência reativa gerada na barra $i$ .
$Qg_i^{min}$	Limite mínimo da potência reativa a ser gerada pelo gerador da barra $i$ .
$Qg_i^{max}$	Limite máximo da potência reativa a ser gerada pelo gerador da barra $i$ .
$sbl$	Vetor das variáveis de folga do limite inferior de $b$ .
$sbu$	Vetor das variáveis de folga do limite superior de $b$ .
$sfl$	Vetor das variáveis de folga do limite inferior de $fl$ .
$sfu$	Vetor das variáveis de folga do limite superior de $fl$ .
$spgl$	Vetor das variáveis de folga do limite inferior de $Pg$ .
$spgu$	Vetor das variáveis de folga do limite superior de $Pg$ .
$sqgl$	Vetor das variáveis de folga do limite inferior de $Qg$ .
$sqgu$	Vetor das variáveis de folga do limite superior de $Qg$ .
$stl$	Vetor das variáveis de folga do limite inferior de $t$ .
$stu$	Vetor das variáveis de folga do limite superior de $t$ .
$svl$	Vetor das variáveis de folga do limite inferior de $v$ .
$svu$	Vetor das variáveis de folga do limite superior de $v$ .
$sal$	Vetor das variáveis de folga do limite inferior de $\alpha$ .
$sau$	Vetor das variáveis de folga do limite superior de $\alpha$ .
$Sg_i$	Potência nominal do gerador da barra $i$ .
$t_l$	Tape do transformador conectado à linha $l$ .
$t_l^{min}$	Limite mínimo de tapes do transformador conectado à linha $l$ .
$t_l^{max}$	Limite máximo de tapes do transformador conectado à linha $l$ .
$V_i$	Magnitude de tensão da barra $i$ .
$V_i^{min}$	Limite mínimo da magnitude de tensão da barra $i$ .
$V_i^{max}$	Limite máximo da magnitude de tensão da barra $i$ .

$X_{S_i}$	Reatância síncrona do gerador $i$ .
$w_i$	Vetor das variáveis de folga do limite inferior de $Pg^0$ .
$\hat{w}_i$	Vetor das variáveis de folga do limite inferior de $fl^0$ .
$z_i$	Vetor das variáveis de folga do limite superior de $Pg^0$ .
$\hat{z}_i$	Vetor das variáveis de folga do limite superior de $fl^0$ .
$\alpha_i$	Coefficiente quadrático da barra $i$ relacionado ao preço do desvio de potência.
$\alpha_i^{min}$	Limite mínimo do coeficiente quadrático da barra $i$ relacionado ao preço do desvio de potência.
$\alpha_i^{max}$	Limite máximo do coeficiente quadrático da barra $i$ relacionado ao preço do desvio de potência.
$A$	Multiplicador de Lagrange associado à equação de balanço de potência ativa.
$A^0$	Multiplicador de Lagrange associado à equação de balanço de potência ativa no nível inferior.
$B$	Multiplicador de Lagrange associado à equação de balanço de potência reativa.
$\gamma^{min}_i$	Multiplicador de Lagrange associado aos limites mínimos da potência ativa a ser gerada pelo gerador da barra $i$ .
$\gamma^{max}_i$	Multiplicador de Lagrange associado aos limites máximos da potência ativa a ser gerada pelo gerador da barra $i$ .
$\gamma^{0min}$	Multiplicador de Lagrange associado aos limites mínimos da potência ativa no nível inferior a ser gerada pelo gerador da barra $i$ .
$\gamma^{0max}$	Multiplicador de Lagrange associado aos limites máximos da potência ativa no nível inferior a ser gerada pelo gerador da barra $i$ .
$\delta^0$	Vetor dos ângulos de fase das tensões em cada barra.
$\varepsilon^{min}_l$	Multiplicador de Lagrange associado aos limites mínimos de tapes do transformador conectado à linha $l$ .

$\varepsilon^{max}_l$	Multiplicador de Lagrange associado aos limites máximos de tapes do transformador conectado à linha $l$ .
$\eta$	Multiplicador de Lagrange associado à restrição de igualdade relaciona a $fl^0$ .
$\kappa$	Multiplicador de Lagrange associado à restrição de igualdade relaciona a $Pg^0$ .
$\lambda^{min}_i$	Multiplicador de Lagrange associado aos limites mínimos da magnitude de tensão da barra $i$ .
$\lambda^{max}_i$	Multiplicador de Lagrange associado aos limites máximos da magnitude de tensão da barra $i$ .
$\lambda^0_i$	Preço marginal da barra $i$ .
$\hat{\lambda}$	Fator associação às condições de Fritz-John.
$\mu$	Parâmetro de barreira.
$\mu^{min}_i$	Multiplicador de Lagrange associado aos limites mínimos da susceptância do compensador estático de reativos da barra $i$ .
$\mu^{max}_i$	Multiplicador de Lagrange associado aos limites máximos da susceptância do compensador estático de reativos da barra $i$ .
$\xi$	Parâmetro de ajuste da função restrição de desigualdade dos limites da potência reativa.
$\pi^{min}$	Multiplicador de Lagrange associado aos limites mínimos do coeficiente quadrático da barra $i$ relacionado ao preço do desvio de potência.
$min$	Superescrito – Indica Mínimo.
$max$	Superescrito – Indica Máximo.
$\pi^{max}$	Multiplicador de Lagrange associado aos limites máximos do coeficiente quadrático da barra $i$ relacionado ao preço do desvio de potência.
$\pi fl$	Multiplicador de Lagrange do nível inferior associado aos limites mínimos de $fl^0$ .
$\pi fu$	Multiplicador de Lagrange do nível inferior associado aos limites mínimos de $fl^0$ .
$\pi gl$	Multiplicador de Lagrange do nível inferior associado aos limites mínimos de $Pg^0$ .
$\pi gu$	Multiplicador de Lagrange do nível inferior associado aos limites máximos de $Pg^0$ .



$\rho^{min}_i$	Multiplicador de Lagrange associado aos limites mínimos da potência reativa a ser gerada pelo gerador da barra $i$ .
$\rho^{max}_i$	Multiplicador de Lagrange associado aos limites máximos da potência reativa a ser gerada pelo gerador da barra $i$ .
$\sigma^{min}_l$	Multiplicador de Lagrange associado aos limites mínimos do fluxo de potência na linha $l$ .
$\sigma^{max}_l$	Multiplicador de Lagrange associado aos limites máximos do fluxo de potência na linha $l$ .
$\sigma^{0min}_l$	Multiplicador de Lagrange associado aos limites mínimos do fluxo de potência ativa no nível inferior na linha $l$ .
$\sigma^{0max}_l$	Multiplicador de Lagrange associado aos limites máximos do fluxo de potência ativa no nível inferior na linha $l$ .
$\phi_i$	Ângulo do fator de potência do gerador $i$ .
$\psi_1$	Multiplicador de Lagrange associado aos limites mínimos da folga complementar relacionada a $Pg^0$ .
$\psi_2$	Multiplicador de Lagrange associado aos limites máximos da folga complementar relacionada a $Pg^0$ .
$\hat{\psi}_1$	Multiplicador de Lagrange associado aos limites mínimos da folga complementar relacionada a $fl^0$ .
$\hat{\psi}_2$	Multiplicador de Lagrange associado aos limites máximos da folga complementar relacionada a $fl^0$ .



## SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	27
1.1 O SISTEMA ELÉTRICO BRASILEIRO.....	27
1.2 REESTRUTURAÇÃO DO SETOR DE ENERGIA ELÉTRICA NO BRASIL.....	28
1.3 SERVIÇOS ANCILARES.....	30
1.4 O PROBLEMA DE SUPORTE DE REATIVOS EM AMBIENTE DE COMPETIÇÃO DA GERAÇÃO.....	31
1.4.1 O papel da potência reativa na rede.....	31
1.4.2 Os equipamentos elétricos e a potência reativa.....	32
1.4.3 Compensação do Suporte de Reativos em outros países.....	33
1.4.4 O caso Brasil.....	34
1.5 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA: ESTUDOS SOBRE DESPACHO DE POTÊNCIA REATIVA E COMPENSAÇÃO PELO SERVIÇO DE SUPORTE DE REATIVOS.....	37
1.6 O TRABALHO PROPOSTO.....	41
1.7 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO.....	43
2 O PROBLEMA DE DESPACHO DE POTÊNCIA REATIVA	45
2.1 INTRODUÇÃO.....	45
2.2 O FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO.....	45
2.3 CUSTO DE OPORTUNIDADE.....	48
2.4 PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO EM DOIS NÍVEIS.....	49
2.5 MODELO PROPOSTO.....	51
2.6 CONCLUSÕES.....	59
3 TÉCNICA DE SOLUÇÃO.....	61
3.1 INTRODUÇÃO.....	61
3.2 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE DOIS NÍVEIS.....	61
3.3 CONDIÇÕES DE FRITZ-JOHN.....	67
3.3.1 Modificação das condições de FJ.....	68
3.4 CONCLUSÕES.....	71
4 ANÁLISE DE SENSIBILIDADE.....	73
4.1 INTRODUÇÃO.....	73
4.2 INTERPRETAÇÃO DOS ML.....	73
4.2.1 Geração de potência ativa.....	74
4.2.2 Geração de potência reativa.....	75
4.3 CONCLUSÕES.....	76
5 SIMULAÇÕES E RESULTADOS OBTIDOS.....	77
5.1 INTRODUÇÃO.....	77
5.2 CONSIDERAÇÕES INICIAIS.....	77
5.2.1 Sistema de 2 barras.....	78

5.2.2 Dados do sistema de 5 barras.....	79
5.3 SIMULAÇÕES.....	80
5.3.1 A influência do $P_{giesp}$ .....	80
5.3.2 Comportamento dos geradores frente a diferentes ofertas...	85
5.3.3 Sistema de 30 barras - com a influência do $P_{giesp}$ e das ofertas dos geradores.....	87
5.3.4 Análise dos resultados considerando o limite de transmissão das linhas.....	90
5.3.5 Sistema de 30 barras - com a influência do $P_{giesp}$ e das ofertas dos geradores.....	92
5.3.6 A Compensação dos geradores através do valor $B_i$ .....	97
5.4 DESEMPENHO COMPUTACIONAL.....	100
5.4.1 Número de iterações.....	101
5.4.2 Variação do parâmetro de barreira $\mu$ .....	102
5.5 CONCLUSÕES.....	104
6 CONSIDERAÇÕES FINAIS E SUGESTÕES DE TRABALHOS FUTUROS.....	107
6.1 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	107
6.2 SUGESTÕES DE TRABALHOS FUTUROS.....	108
APÊNDICE A.....	119
APÊNDICE B.....	129
ANEXO A.....	139
ANEXO B.....	141

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 O SISTEMA ELÉTRICO BRASILEIRO

O Brasil é um país extenso, dividido em cinco regiões geográficas – Sul, Sudeste, Centro-Oeste, Nordeste e Norte. Cada uma destas regiões tem características peculiares e diferentes entre si, as quais determinaram os contornos que os sistemas de geração, transmissão e distribuição adquiriram ao longo dos anos, e que ainda determinam a maior ou menor facilidade de acesso da população à rede elétrica. De todos os segmentos, a energia elétrica é o serviço mais universalizado, atendendo cerca de 95% da população em 2008 e mais de 99% atualmente (ANEEL, 2014).

Para a geração e transmissão da energia elétrica, o país conta com um sistema principal: o Sistema Interligado Nacional (SIN). Esse sistema principal é um conjunto composto por usinas, linhas de transmissão e ativos de distribuição que abrange a maior parte do território brasileiro e foi constituído por conexões realizadas ao longo do tempo. Instalações inicialmente restritas ao atendimento exclusivo das regiões de origem foram conectadas às outras regiões com o passar do tempo e com a necessidade de se construir um sistema mais seguro e confiável.

O Sistema Interligado Nacional é formado pelas empresas das regiões Sul, Sudeste, Centro-Oeste, Nordeste e parte do Norte, onde encontram-se os sistemas isolados, principalmente na região amazônica. Concentra linhas de transmissão que somam, aproximadamente, 107 mil quilômetros nas tensões de 230, 345, 440, 500 e 750 kV em corrente alternada e 600 kV em corrente contínua e abrange cerca de 98% de toda a capacidade de produção de energia elétrica do país, oriunda de fontes internas ou de importações, principalmente do Paraguai por conta do controle compartilhado da usina hidrelétrica de Itaipu (ONS, 2014a; ONS, 2014b).

Um dos benefícios de contar com um sistema interligado é a possibilidade de troca de energia elétrica entre as regiões, o que é particularmente importante em um país como o Brasil que tem a predominância de usinas hidrelétricas localizadas em regiões com regimes hidrológicos diferentes, sendo que os períodos de estiagem de uma região podem corresponder ao período chuvoso de outra. Também há a possibilidade de integrar a operação de usinas hidrelétricas e termelétricas em regime de complementaridade conforme avaliação do Operador Nacional do Sistema Elétrico (ONS) e ainda permite o

processo permanente de expansão, possibilitando tanto a conexão de novas grandes hidrelétricas quanto a integração de novas regiões, o que reforça o sistema elétrico brasileiro.

A operação de um sistema de potência é uma atividade complexa onde os serviços principais são a geração, a transmissão e a distribuição da energia elétrica. Ainda existem os serviços auxiliares, que são de grande importância para o sistema elétrico, pois complementam os serviços principais, permitindo que o sistema funcione adequadamente, sem interrupções e dentro dos padrões especificados. Isto contribui para a garantia de operacionalidade do SIN (ONS, 2014c).

## 1.2 REESTRUTURAÇÃO DO SETOR DE ENERGIA ELÉTRICA NO BRASIL

A reestruturação do setor elétrico brasileiro deu-se através de duas grandes mudanças desde a década de 90, a primeira em 1996 e a segunda em 2004 (ANEEL, 2014).

A Lei número 9.427, de dezembro de 1996, envolveu, entre outras mudanças, a privatização das companhias operadoras e a desverticalização do setor, ou seja, as companhias passaram a operar separadamente a geração, transmissão e distribuição. Com isto, criou-se a necessidade de instaurar órgãos reguladores e então surgiram a Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL), o Mercado Atacadista de Energia Elétrica (MAE) e o Operador Nacional do Sistema (ONS).

Abaixo uma breve descrição das atribuições destes órgãos:

**ANEEL:** Autarquia sobre regime especial, vinculada ao MME – Ministério de Minas e Energia, com finalidade de regular a fiscalização da produção, transmissão, distribuição e comercialização de energia elétrica, em conformidade com as políticas e diretrizes do Governo Federal. As competências da ANEEL estão previstas no art. 3º da Lei nº 9.427/96 (ONS, 2014d).

**MAE:** Responsável pelas transações de compra e venda de energia elétrica. Foi extinto em 2004.

**ONS:** Pessoa jurídica de direito privado, sem fins lucrativos, sob regulação e fiscalização da ANEEL, que tem por objetivo executar as atividades de coordenação e controle da operação de geração e transmissão, no âmbito do SIN (ONS, 2014d).

O segundo marco ocorreu em 2004, por meio das Leis número 10.847/2004 e 10.848/2004. Foi então definido o Novo Modelo do Setor Elétrico, que tem como objetivos principais: garantir a segurança do suprimento de energia elétrica, promover a inserção social, por meio de

programas de universalização do atendimento, e também a modicidade tarifária e de preços. O modelo atual do setor elétrico criou a Câmara de Comercialização de Energia Elétrica – CCEE – ainda em 2004, organização que sucedeu o Mercado Atacadista de Energia – MAE (CCEE, 2014a).

A atribuição inicial da CCEE era a contabilização e posterior liquidação de todas as operações de compra e venda de energia elétrica no mercado de curto prazo (MCP). No entanto, ela passou a ser responsável por um volume cada vez maior de atribuições, como atuar como uma operadora de mercado, por meio do fomento de medidas e propostas para desenvolver o crescimento do mercado como um todo e a segurança das negociações. Também trabalha para propiciar um ambiente de interação e cooperação entre as instâncias regulatórias e os agentes do setor elétrico (CCEE, 2014b).

A Figura 1.1 apresenta as principais instituições do atual modelo setorial.



Figura 1.1 – Principais instituições do atual modelo setorial.

Fonte: Operador Nacional do Sistema (2014).

No modelo tradicional corrente até 1996, quando os serviços de geração, transmissão e distribuição podiam ser providos por uma mesma empresa, os serviços auxiliares não eram contabilizados, pois estavam agregados ao preço final da energia elétrica (SILVA, 2001).

Já no modelo atual, onde cada empresa presta um tipo de serviço, houve o desmembramento do fornecimento de energia em produto e serviço e os custos dos serviços auxiliares deixaram de ser cobertos pela

tarifa básica de energia elétrica. Portanto, é de grande importância que cada serviço auxiliar seja bem caracterizado, e sejam estabelecidos os custos relacionados ao seu provimento e um mecanismo para compensação dos provedores.

### 1.3 SERVIÇOS ANCILARES

Os serviços auxiliares são conhecidos como Serviços Ancilares (SAs), para os quais se encontram várias definições na literatura (ALVARADO, 1996; SHIRMOHAMMADI e VOJDANI, 1996; SOUZA e DECKER, 2002; ZHONG, 2003; COSTA, 2004). Uma definição seria: “Serviços Ancilares são os recursos e ações que garantem a continuidade do fornecimento, a segurança do sistema e a manutenção dos valores de frequência e tensão”.

Na literatura também existem diversas classificações para os SAs, que varia de acordo com o país estudado e com as definições adotadas por cada autor.

De acordo com a *Federal Energy Regulatory Commission* (FERC, 2005), dos Estados Unidos, são seis os Serviços Ancilares:

- Provimento de potência reativa e controle de tensão;
- Compensação de perdas;
- Despacho de geração;
- Proteção do sistema;
- Provimento de geração para corrigir o balanço de potência no sistema.

De acordo com o ONS (2014c), são:

- Controles primário e secundário de frequência e suas reservas de potência;
- Reserva de prontidão;
- Suporte de reativo;
- Auto-restabelecimento das unidades geradoras (*black start*);
- Sistema Especial de Proteção – SEP.

A definição de cada um dos SAs citados acima, de acordo com a ANEEL (2003), é:

“Controle Primário de Frequência: é o controle realizado por meio de reguladores automáticos de velocidade das unidades geradoras, objetivando limitar a variação da frequência quando da ocorrência de desequilíbrio entre a carga e a geração”.

“Controle Secundário de Frequência: é o controle realizado pelas unidades geradoras participantes do Controle Automático de Geração - CAG, destinado a restabelecer a frequência do sistema ao seu valor



programado e manter e/ou restabelecer os intercâmbios de potência ativa aos valores programados”.

“Reserva de Potência Para Controle Primário: é a provisão de reserva de potência ativa efetuada pelas unidades geradoras para realizar o controle primário da frequência”.

“Reserva de Potência Para Controle Secundário: é a provisão de reserva de potência ativa efetuada pelas unidades geradoras participantes do CAG, para realizar o controle secundário de frequência e/ou de intercâmbios líquidos de potência ativa entre áreas de controle”.

“Reserva de Prontidão: é a disponibilidade de unidades geradoras com o objetivo de recompor as reservas de potência primária ou secundária do sistema, em caso de indisponibilidade de geração, se atingido o limite de provisão de reserva de potência ativa do sistema”.

“Suporte de Reativo: é o fornecimento ou absorção de energia reativa, destinada ao controle de tensão da rede de operação, mantendo-a dentro dos limites de variação estabelecidos nos Procedimentos de Rede”.

“Auto-restabelecimento (*black start*): é a capacidade que tem uma unidade geradora ou usina geradora de sair de uma condição de parada total para uma condição de operação, independentemente de fonte externa para alimentar seus serviços auxiliares para colocar em operação suas unidades geradoras”.

“Sistema Especial de Proteção – SEP: sistema que, a partir da detecção de uma condição anormal de operação ou de contingências múltiplas, realiza ações automáticas para preservar a integridade do SIN, dos equipamentos ou das linhas de transmissão deste. O SEP abrange os Esquemas de Controle de Emergência – ECE, os Esquemas de Controle de Segurança – ECS e as proteções de caráter sistêmico”.

Neste trabalho é estudado o serviço de suporte de reativos feito pelos geradores do sistema.

## 1.4 O PROBLEMA DE SUPORTE DE REATIVOS EM AMBIENTE DE COMPETIÇÃO DA GERAÇÃO

### 1.4.1 O papel da potência reativa na rede

O suporte de reativos controla a tensão da rede através do fornecimento ou absorção de potência reativa. No Brasil, os níveis de tensão de energia elétrica em regime permanente são estabelecidos pela ANEEL (2001).

Os níveis de tensão devem ser respeitados para que o sistema continue operando adequadamente, pois a elevação do nível da tensão pode reduzir a vida útil dos equipamentos da rede e até danificá-los. Por outro lado, uma redução do nível da tensão também pode causar sérios danos ao sistema, diminuindo o rendimento dos equipamentos, causando mau funcionamento e até mesmo seu desligamento.

#### 1.4.2 Os equipamentos elétricos e a potência reativa

Em grandes sistemas, uma combinação de equipamentos destinados ao fornecimento e/ou absorção de reativos da rede garante o controle da tensão. Esses equipamentos são:

- Bancos de capacitores: são largamente utilizados uma vez que apresentam baixo custo e não apresentam grandes dificuldades para instalação, operação e manutenção. São normalmente instalados nas barras de alta tensão das subestações e geram reativos quando o sistema está com carga pesada, aumentando a tensão das barras de forma a mantê-las dentro dos limites especificados. Além disto, evitam sobrecargas nos demais equipamentos do sistema.
- Bancos de reatores: também apresentam custos relativamente baixos e, portanto, são bastante utilizados. São normalmente instalados nas barras das subestações ou em linhas de transmissão e podem ser ligados em série ou em derivação. Ao contrário dos bancos de capacitores, consomem energia reativa do sistema com o objetivo de diminuir a tensão nas barras. Isso ocorre quando a carga do sistema está leve e então as tensões se elevam.
- Compensadores síncronos: podem absorver ou gerar energia reativa através do ajuste e controle automático da sua corrente de excitação. Se a tensão do sistema baixar, através do aumento da corrente de excitação o compensador síncrono gera reativos, restaurando os níveis de tensão. Se a tensão do sistema aumentar, diminuindo-se a corrente de excitação o compensador síncrono absorve reativos do sistema, fazendo com que os níveis de tensão baixem.
- Compensadores estáticos: assim como os compensadores síncronos, podem absorver ou gerar energia reativa a partir de ações de controle baseadas no uso de tiristores. Possuem um controle rápido e contínuo, inclusive durante períodos transitórios.

- Geradores: podem gerar ou absorver potência reativa. A geração ou absorção de reativos pode diminuir a capacidade do gerador de fornecer potência ativa.

Como a variedade de equipamentos instalados é grande, é difícil estabelecer um arranjo comercial para compensar financeiramente as empresas proprietárias desses equipamentos pelo fornecimento de reativos ao sistema.

#### 1.4.3 Compensação do Suporte de Reativos em outros países

Nos Estados Unidos, em 1996 a Comissão Federal Regulatória de Energia (FERC) concluiu que eram seis os serviços ancilares. O suporte de reativos era um serviço ancilar e poderia ser provido ou por equipamentos conectados ao sistema de transmissão (usualmente capacitores) ou por geradores. Apenas os geradores são considerados provedores do serviço ancilar de suporte de reativos pelo Conselho Norte Americano de Confiabilidade Elétrica (NERC) e, portanto, são remunerados por isso. Os demais equipamentos elétricos que fornecem potência reativa não são considerados como provedores de serviço ancilar e são remunerados juntamente com os demais serviços de transmissão (FERC, 2005). Lá existem subsistemas independentes, sendo que cada subsistema tem suas regras específicas. Em Nova Iorque, o Operador do Sistema (NYISO) é responsável pelo gerenciamento do suporte de reativos e por estabelecer os preços para a produção da potência reativa. Na Califórnia, o Operador do Sistema firma contratos de longo prazo com as unidades geradoras consideradas mais confiáveis. Os geradores são instruídos a operarem com o fator de potência entre 0,90 indutivo e 0,95 capacitivo e, ao gerar ou absorver reativos além destes limites, os geradores são remunerados, com um pagamento adicional quando há redução da geração de potência ativa (ZHONG e BHATTACHARYA, 2002a).

No Reino Unido, as unidades geradoras cuja capacidade seja superior a 50 MW são obrigadas a fornecer uma quantidade básica de reativos para o sistema, sob a forma do chamado Serviço Obrigatório de Potência Reativa. As unidades são remuneradas de acordo com a potência reativa fornecida. Os geradores podem também ofertar o suporte de reativos a um mercado de oferta, mas a remuneração é definida de acordo com a necessidade e o número de provedores do serviço (ZHONG e BHATTACHARYA, 2002a).

O artigo de ZHONG e BHATTACHARYA, (2002a) ainda apresenta as regras para a compensação do suporte de reativos em outros países.

Na Holanda, cada companhia tem seus requisitos para o fornecimento de reativos. As companhias compram a potência reativa localmente através de contratos bilaterais com geradores ou através da troca de potência reativa com outras companhias. Os geradores são compensados financeiramente apenas pela sua capacidade de fornecimento e não pela potência fornecida (FERC, 2005).

Na Austrália apenas os geradores e compensadores síncronos são reconhecidos como provedores de suporte de reativos. São compensados financeiramente pela sua disponibilidade. Além disto, os compensadores síncronos recebem por permissão, ou seja, quando forem ativados pela Companhia Nacional de Gerenciamento de Mercado e os geradores recebem por compensação, ou seja, pelo custo de oportunidade (FERC, 2005).

REBOURS e KIRSCHEN (2007) também apresentam as metodologias adotadas em outros países como França, Alemanha, Nova Zelândia, Espanha e Suécia para compensação do serviço ancilar de controle de tensão e frequência, atendido através do provimento de reativos.

#### 1.4.4 O caso Brasil

No Brasil, são considerados como fonte de suporte de reativos as unidades geradoras que fornecem potência ativa, as unidades geradoras que operam como compensadores síncronos e os equipamentos das concessionárias de transmissão e distribuição para controle de tensão.

As unidades geradoras que fornecem potência ativa não são remuneradas. Os equipamentos da transmissão são remunerados pelas regras aplicadas às instalações da transmissão, através de Contratos de Prestação de Serviços de Transmissão (CPST).

O suporte de reativos provido pelas unidades geradoras que operam como compensadores síncronos é apurado pelo ONS e contabilizado e liquidado pela CCEE através dos Encargos de Serviços do Sistema – ESS. A ANEEL, através de Resoluções Homologatórias, estabelece anualmente o valor da Tarifa de Serviços Ancilares (TSA) a ser pago para essas unidades. A Figura 1.2 mostra um gráfico com esse valor, em R\$/MVarh, dos últimos 10 anos.

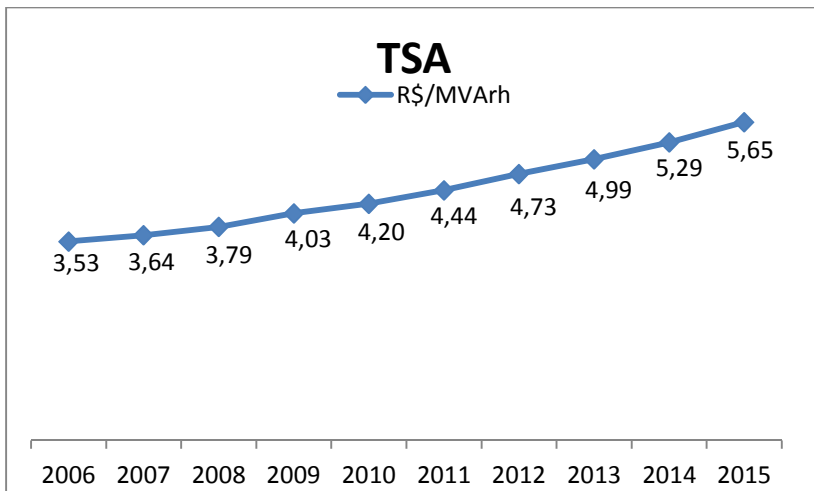


Figura 1.2 – Valor da Tarifa de Serviços Ancilares.

Fonte: Dados retirados de Resoluções Homologatórias anuais da ANEEL (2015).

Para comparação de valores pagos, é mostrado o histórico dos valores do Preço de Liquidação das Diferenças (PLD), que é o valor da energia elétrica no mercado de curto prazo. O PLD é determinado semanalmente para cada patamar de carga (pesada, média e leve) e para cada região do país (Sul, Sudeste/Centro-Oeste, Nordeste e Norte). É baseado no custo marginal de operação (CMO), mas limitado a um valor mínimo e máximo, de acordo com a Resolução Homologatória 1.667/13 da ANEEL. Como depende de vários fatores, entre eles as condições hidrológicas do período, pode-se verificar que seu valor pode variar consideravelmente dependendo da situação dos reservatórios do país. A Figura 1.3 mostra os valores do PLD médio (a média dos valores do patamar de carga leve, média e pesada) da região Sudeste/Centro-Oeste do país.

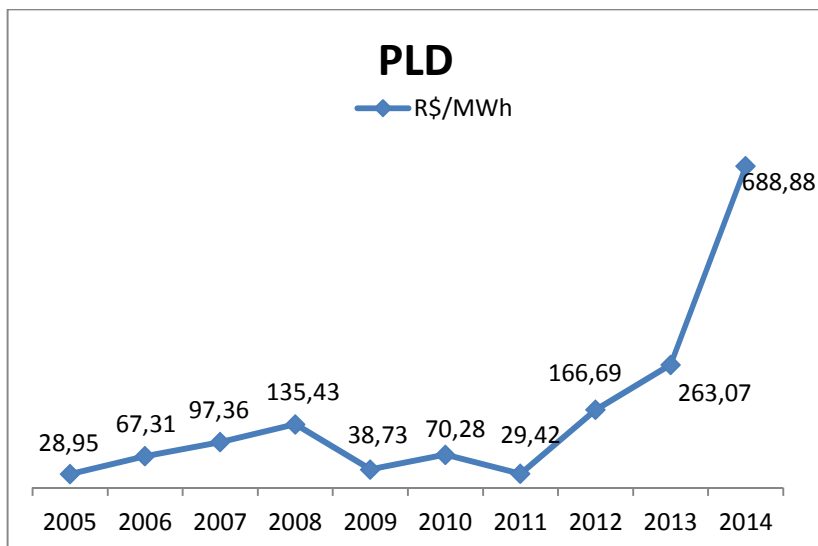


Figura 1.3 – Valor do Preço de Liquidação de Diferenças.

Fonte: CCEE (2015).

Ainda há a compra e venda de energia através de contratos de longo e médio prazos, sendo através dos leilões quando trata-se do Ambiente de Contratação Regulada – ACR e através de negociação livre e direta entre os produtores e os consumidores livres, quando trata-se do Ambiente de Contratação Livre – ACL. Os valores são normalmente menores que os preços do PLD.

Os geradores que, por exigência do ONS, atuam como compensadores síncronos recebem o valor da TSA pela potência reativa gerada. Este valor é muito menor do que receberiam se gerassem potência ativa. Os geradores que fornecem potência ativa não são remunerados pelos reativos que por ventura forneçam, mas o fornecimento de reativos pode restringir a geração de potência ativa, fazendo com que este gerador forneça menos potência ativa do que poderia entregar para o sistema. Assim, fica explícito que a geração de reativos acarreta em prejuízo para estes geradores, mesmo quando estão operando como compensadores síncronos. Este trabalho investiga outra forma de compensar os geradores.

## 1.5 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA: ESTUDOS SOBRE DESPACHO DE POTÊNCIA REATIVA E COMPENSAÇÃO PELO SERVIÇO DE SUPORTE DE REATIVOS

Definir os custos do provimento de reativos para o sistema e metodologias para compensar os agentes provedores foi o objetivo de muitos trabalhos desenvolvidos ao longo dos últimos anos. Além disto, associado a este assunto, há outros trabalhos que discutiram o despacho dessa potência reativa e uma definição de estruturas de mercados para comercializar essa energia. Os trabalhos apresentados a seguir serviram de base para o desenvolvimento desta dissertação.

Os custos associados ao provimento de potência reativa são discutidos por EL-KEIB e MA (1997), que apresentaram uma formulação que permite estimar o custo das potências ativa e reativa. O trabalho é baseado no Fluxo de Potência Ótimo Desacoplado e é dividido em dois subproblemas, sendo que o primeiro estima o custo da potência ativa através da minimização custo de produção e o segundo o custo da potência reativa através da minimização das perdas do sistema.

DOÑA e PAREDES (2001) apresentam uma metodologia para o cálculo de preços associados ao provimento de reativos que utiliza um modelo de otimização em dois estágios, sendo a função objetivo igual à minimização do custo de operação no estágio 1 e a minimização das perdas de transmissão no estágio 2. A metodologia se baseia nos custos marginais de potência ativa e reativa, obtidos a partir da resolução do problema de otimização de forma desacoplada. Tal metodologia foi aplicada no sistema argentino.

ARAÚJO (2007), em sua Dissertação de Mestrado, apresenta um método de alocação de custos relativos ao suporte de reativos baseado nos princípios fundamentais da teoria de circuitos elétricos e busca determinar a contribuição de potência reativa de cada fonte para cada barra de carga. É então proposto que a repartição do custo seja diretamente proporcional à demanda alocada por cada fonte.

EL-KEIB e MA (1997) resolvem dois subproblemas, separadamente, para obter o custo das potências ativa e reativa. Assim como EL-KEIB e MA, DOÑA e PAREDES (2001) também estimam o custo da potência ativa e reativa através da minimização do custo de produção e das perdas do sistema, porém o modelo foi expresso como um problema de dois estágios. Os dois trabalhos apresentam resultados satisfatórios e, como sugerido pelos autores, estudos sobre este assunto devem ser aprofundados.

Os trabalhos relacionados a seguir apresentam metodologias para compensar os provedores pelo fornecimento de reativos:

HAO e PAPALEXOPOULOS (1997) abordam os aspectos técnicos e econômicos para a determinação de uma estrutura de preços para o suporte de potência reativa em ambiente de livre acesso. Nesse trabalho são apresentados métodos de alocação dos custos para remunerar o suporte de reativo.

JARDINI et al. (2002) propõem uma análise técnica e econômica, onde determinam os incrementos de energia reativa de unidades geradoras e de perdas no sistema de transmissão causado pela variação do fator de potência das cargas supridas por elas. A análise econômica considera o custo incremental das perdas ativas, ocorridas no conjunto gerador/transformador elevador, e das perdas ativas na transmissão resultantes da circulação adicional de potência reativa. Depois é realizada uma comparação com o custo referente à instalação de capacitores diretamente nas barras de carga do sistema, o que diminui a geração adicional de potência reativa por parte das unidades geradoras. Essa comparação é utilizada para definir o valor mínimo e máximo do Mvar a ser cobrado pela prestação do serviço de suporte de reativo. É feita a análise para plantas hidrelétricas do Brasil.

RIBEIRO (2005), em sua Dissertação de Mestrado, apresenta metodologias para definir a remuneração dos geradores que provêm serviços ancilares de suporte de reativo e reserva de potência para o sistema. Para o serviço ancilar de suporte de potência reativa, o valor do benefício proporcionado pelos geradores é obtido por meio do custo evitado de alocação de novas fontes de potência reativa. É utilizado um algoritmo de pontos interiores em um problema de Fluxo de Potência Ótimo e a remuneração de cada gerador é definida por meio do emprego do Método de Repartição de custos de Aumann-Shapley, oriundo da Teoria dos Jogos Cooperativos, que garante que a repartição do benefício entre os geradores seja realizada de forma justa e eficiente.

SOUSA (2006), em sua Tese de Doutorado, propõe uma metodologia de valoração do suporte de reativo e da reserva de potência. Para a valoração do suporte de reativos, foi utilizada a teoria do Fluxo de Potência Ótimo, tendo como função objetivo a minimização das perdas do sistema, que estão relacionadas ao suporte de reativos.

Durante o processo de criação dos mercados de energia elétrica, vários pesquisadores se detiveram na questão dos custos envolvidos no provimento do serviço de suporte de reativos e das suas características, que exigem a criação de mecanismos específicos para compensação financeira dos provedores. Entre os trabalhos publicados pode-se citar o



de ILÍC e YU (1999), que analisa o papel técnico e econômico da tensão e do controle de potência reativa com o objetivo de criar um mercado de suporte de reativos. Há também o artigo de GROSS et al. (2002) que apresenta uma revisão das características físicas e naturais do serviço de suporte de reativos, uma análise do componente dominante da estrutura do custo do serviço e as considerações chaves na aquisição e valoração do serviço em um ambiente de livre acesso. Os autores indicam o custo de oportunidade como sendo o componente dominante do custo associado ao fornecimento do suporte de reativos.

HAO e PAPALEXOPOULOS (1997) defendem que, quando a transmissão é independente da geração, os custos da geração de reativos devem ser estabelecidos e cobrados, porém há múltiplos interesses e conflitos para serem atendidos. No trabalho foram mostradas que as principais considerações para a definição do preço e do gerenciamento dos reativos são: reserva de potência reativa, gerenciamento de potência reativa indutiva e capacitiva, capacidade de produção e seus custos e métodos de alocação dos custos de suporte de reativos. Enquanto o trabalho anterior foi inteiramente baseado na teoria, JARDINI et al. (2002) partiram para uma análise prática, na qual apresentaram uma metodologia de cálculo e verificaram os custos do suporte de reativos em plantas hidrelétricas instaladas no Brasil. Já ILÍC e YU (1999) entendem que é preciso primeiramente criar regras relevantes para a confiabilidade do sistema e então depois aplicar regras para o controle de tensão e de potência reativa.

Alguns trabalhos discutem a estrutura de mercado para o suporte de reativos, como FLORES (2002), que propôs uma metodologia flexível para o cálculo dos custos marginais de potência reativa em mercados competitivos, com o objetivo de incentivar os agentes a participarem destes mercados.

ZHONG e BHATTACHARYA (2002b) apresentam o projeto de um mercado competitivo para o serviço ancilar de potência reativa e utilizam as características dos geradores para analisar os custos da potência reativa. Também apresentam a análise das dificuldades de se estabelecer um mercado de reativos e utilizam o Fluxo de Potência Ótimo modificado para estabelecer preços.

SILVA (2006) abordou o problema de suporte de potência reativa em sistemas de distribuição em ambiente de mercado competitivo. O problema foi formulado como uma aplicação de Fluxo de Potência Ótimo onde a rede elétrica e as características de custo das unidades geradoras foram representadas. A metodologia proposta proporcionou

uma ferramenta de apoio à tomada de decisão para a contratação de suporte de potência reativa.

BARBUY (2008), em sua Tese de Doutorado, analisa os aspectos técnicos e regulatórios dos serviços ancilares, entre eles o suporte de reativos, e demonstra que as regras do mercado brasileiro não estimulam investimentos para este serviço. Propõe concorrência pública para este serviço e índices para seleção dos geradores destinados ao suporte de reativos, sendo que o preço de cada gerador dependerá da sua contribuição efetiva para o sistema.

FLORES (2002) defende que sua metodologia proposta tende a incentivar a participação dos agentes do mercado de energia elétrica no mercado de potência reativa, pois os resultados obtidos com os custos marginais de potência ativa e reativa determinados em sua Dissertação de Mestrado fornecem sinais econômicos que podem incentivar investimentos com geração de reativos. ZHONG e BHATTACHARYA (2002b) apresentam um estudo de caso para o qual desenvolveram um modelo de mercado competitivo. SILVA (2006) desenvolveu uma ferramenta que pode ser utilizada para tomadas de decisão quanto à contratação de suporte de reativos e BARBUY (2008) fez uma análise aprofundada do mercado brasileiro, concluindo que este não é um mercado atrativo para investimentos no suporte de reativos.

Alguns trabalhos analisam a questão de como realizar o despacho de potência reativa em um ambiente de competição na geração.

Um modelo de despacho de potência que minimiza os custos associados à geração de reativos é apresentado por LAMONT e FU (1999). Os custos foram modelados para as diferentes fontes de reativos do sistema, sendo que para os bancos de capacitores é considerado o desgaste dos equipamentos através do número de chaveamentos anuais e para os geradores foram considerados os custos de oportunidade.

COSTA (2002) apresentou uma nova abordagem para o problema de despacho ótimo de reativos. O problema foi resolvido com base em uma função Lagrangeana Aumentada do problema original. As condições de otimalidade de Karush-Kuhn-Tucker (KKT) são resolvidas pelo método de Newton modificado e, segundo o autor, requer menos memória computacional que outros algoritmos disponíveis na época.

ROCHA (2009) propõe uma metodologia para o despacho de potência reativa com o objetivo de controlar e melhorar os níveis de tensão e minimizar as perdas reativas do sistema. Esse trabalho utilizou inteligência computacional baseada em algoritmo genético, o qual se apresentou adequado a este tipo de problema.

SENNA (2009), em sua Dissertação de Mestrado, apresenta um modelo de despacho ótimo de potência reativa baseado na minimização do custo de oportunidade dos geradores. O modelo de despacho foi expresso como um problema de otimização de dois níveis, que teve por base o Método de Substituição, no qual o problema do segundo nível é resolvido analiticamente e substituído por suas condições de KKT, tornando o problema de otimização de dois níveis em um problema de apenas um nível.

Em sua Tese de Doutorado, ECHEVERRI (2011) resolve, de forma descentralizada, os problemas de despacho e planejamento ótimo de fontes de potência reativa em sistemas com múltiplas áreas ou regiões interligadas. Nesse modelo descentralizado, o problema de otimização é dividido em subproblemas, de menor dimensão, associados às áreas interligadas e os operadores regionais resolvem estes subproblemas considerando os dados de rede das suas áreas e informações de fronteira.

ESTEVAM et al. (2012) propõem um algoritmo baseado na técnica de otimização de pontos interiores para resolver o despacho ótimo de reativos. O problema foi modelado com uma função objetivo que reflete os aspectos operacionais do sistema e foi resolvido através do método de Newton.

A função objetivo utilizada por ROCHA (2009) é a minimização do somatório das diferenças entre as tensões nas barras após o cálculo do fluxo de carga e as tensões especificadas para essas barras no modelo do sistema elétrico. SENNA (2009) minimizou o custo de oportunidade dos geradores através da minimização do somatório da diferença das receitas dos geradores quando forneciam ou não reativos para o sistema. ECHEVERRI (2011) considerou a minimização do somatório dos custos de alocação de fontes capacitivas e indutivas no sistema e dos custos de alocação de fontes de reativos. Os trabalhos apresentam diferentes formas para obter o despacho ótimo de potência reativa.

## 1.6 O TRABALHO PROPOSTO

No Brasil o ONS especifica, através de estudos de médio e longo prazo, o despacho de potência ativa de cada unidade geradora. A proposta deste trabalho é adaptar o modelo descrito por SENNA (2009) ao caso brasileiro, através da consideração da potência especificada pelo Operador e em seguida, analisar uma forma alternativa de resolver o problema em dois níveis, utilizando as condições de otimalidade de Fritz-John normalizadas (POORE e TIAHRT, 1987).

Quando há necessidade de fornecimento de potência reativa para o sistema, surge uma diferença entre o montante de potência ativa gerada e o montante que seria gerado caso o gerador não fornecesse potência reativa.

Tendo como base as informações acima, neste trabalho é proposto um modelo de otimização em dois níveis, para representar o despacho de potência ativa e reativa no sistema. No problema de nível inferior não há geração de reativos e busca-se minimizar a diferença entre a potência gerada pelas máquinas e a potência especificada pelo ONS.

No problema de nível superior os geradores, além de suprir a carga de potência ativa, precisam prover reativos para o sistema e então passam a gerar uma potência ativa diferente daquela calculada pelo problema de nível inferior. Busca-se, então, minimizar a diferença entre a potência gerada no nível inferior e a potência gerada pelo nível superior. Essa diferença entre as potências de cada máquina é modelada como um desvio quadrático ponderado pela capacidade dos geradores e pelos preços marginais das barras onde estes geradores estão conectados. Os preços marginais das barras dependem das ofertas dos geradores.

No Brasil a receita dos geradores é calculada segundo o Mecanismo de Realocação de Energia (MRE), porém o modelo proposto neste trabalho altera a metodologia do cálculo das receitas dos geradores, considerando que a mesma é obtida segundo o montante gerado ao preço marginal da barra em que está conectado. Se não houvesse necessidade de prover reativos para o sistema, a receita dos geradores seria o valor referente à potência ativa calculada no nível inferior. Com a geração de reativos, a receita dos geradores passa a ser calculada, ainda ao preço marginal da respectiva barra, porém com o montante calculado no nível superior. Com isso, pode-se entender que há um custo associado à geração de reativos, pois quando a máquina passa a prover potência reativa para o sistema, sua geração de potência ativa pode diminuir, fazendo com que sua receita também diminua. Esse custo pode ser entendido como o custo de oportunidade do gerador por gerar reativos para o sistema. Por isso é importante que a potência ativa de cada máquina no nível inferior seja a mais próxima possível da calculada no nível superior. Isso minimizará o desvio quadrático entre as potências e, consequentemente, minimizará o custo de oportunidade de cada gerador.

## 1.7 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

Este trabalho é dividido em seis capítulos, organizados da seguinte forma:

No Capítulo 2 é feita uma descrição sobre o despacho de potência reativa, sobre o fluxo de potência ótimo, o método de pontos interiores, o problema de otimização em dois níveis e o custo de oportunidade. Por fim, é apresentado o modelo proposto para ser resolvido neste trabalho.

O Capítulo 3 apresenta técnicas de solução para problemas de otimização de dois níveis e descreve a metodologia usada para resolver o problema de otimização que representa o despacho ótimo de potência ativa e reativa. Tal metodologia se baseia na substituição das condições de otimalidade do problema de nível inferior no problema de nível superior, e no uso das condições de Fritz-John para representar as soluções ótimas do problema. Neste capítulo é apresentada toda a formulação do problema proposto.

No Capítulo 4, é feita a interpretação dos multiplicadores de Lagrange do modelo proposto e analisa-se o uso desses multiplicadores em mecanismos de compensação financeira para os geradores que participam do suporte de reativos.

O Capítulo 5 apresenta os resultados obtidos. São apresentados resultados das simulações com os sistemas de 2 e 5 barras e com os sistemas de 30 e 118 barras do IEEE. Também é verificado e apresentado o desempenho computacional do algoritmo desenvolvido.

No Capítulo 6 são apresentadas as conclusões gerais, contribuições do trabalho e sugestões para trabalhos futuros.



## 2 O PROBLEMA DE DESPACHO DE POTÊNCIA REATIVA

### 2.1 INTRODUÇÃO

Neste Capítulo é discutido o problema do Fluxo de Potência Ótimo, é definido o custo de oportunidade associado ao provimento de potência reativa e é mostrado como tal custo pode ser modelado através de um problema de fluxo de potência ótimo em dois níveis. Toda a discussão é teórica, sendo que maiores detalhamentos serão apresentados nos próximos capítulos.

Para descrever o modelo de otimização proposto, o capítulo inicia com uma descrição do problema de Fluxo de Potência Ótimo: são apresentadas a sua formulação genérica, suas aplicações no sistema elétrico e os métodos disponíveis para solução. A seguir, analisa-se o conceito de custo de oportunidade. Posteriormente, é apresentado, conceitualmente, o problema de otimização em dois níveis, como surgiu e como tem sido utilizado principalmente em problemas de tomada de decisão relacionados ao setor elétrico. Por fim, é apresentado o modelo proposto, detalhando sua relação com cada um dos conceitos apresentados anteriormente.

### 2.2 O FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO

A operação em regime permanente do sistema elétrico é representada por modelos matemáticos compostos por muitas variáveis, tais como: geração de potências ativa e reativa, tensão e ângulos das barras, taps dos transformadores, entre outras. Para a garantia do bom funcionamento do sistema, é imprescindível que todas as variáveis respeitem as restrições desse sistema. As variáveis podem ser variáveis de controle, as quais podem ser monitoradas e alteradas em busca da otimalidade do problema, e variáveis dependentes, as quais dependem das variáveis de controle. Por outro lado, as restrições podem ser de igualdade ou desigualdade, sendo que as de desigualdade representam limites físicos ou operacionais do sistema.

As variáveis de otimização do modelo proposto são:

- geração de potência ativa: variável que deve respeitar os limites físicos da máquina;
- magnitude da tensão na barra: variável que deve respeitar os limites operacionais do sistema;
- tap de transformador: variável que deve respeitar os limites físicos do transformador;

- susceptância do compensador estático de reativos: variável que deve respeitar os limites físicos do compensador;
- geração de potência reativa: variável que deve respeitar os limites físicos da máquina;
- fluxo de potência aparente na linha: variável que deve respeitar os limites físicos da linha;
- ângulo da tensão da barra: variável que não precisa respeitar limites físicos nem operacionais;

As variáveis do sistema devem ser ajustadas de forma que as equações de balanço de potência em todas as barras sejam satisfeitas e os limites físicos e operacionais sejam respeitados.

Uma forma de ajustar todas as variáveis simultaneamente, dentro dos seus limites, é utilizar o Fluxo de Potência Ótimo (FPO), que pode ser definido como uma ferramenta matemática genérica usada para obter os valores das variáveis que determinam a operação ótima de um sistema de potência (CARPENTIER, 1987).

O problema de FPO foi definido na década de 60 por CARPENTIER (1962) e foi elaborado e apresentado como um problema para minimizar o custo da produção da energia. As equações de balanço de potência são as restrições de igualdade e as limitações físicas dos equipamentos são as restrições de desigualdade do problema.

A função objetivo do FPO representa um critério operativo a ser otimizado. Como exemplo podem-se citar os seguintes critérios de otimização:

- minimização de custos de geração de potência ativa;
- máxima transferência de potência ativa entre áreas do sistema;
- mínimo desvio da geração de potência ativa em relação a valores previamente especificados.

Alguns critérios de otimização são fortemente associados à geração de potência reativa, como por exemplo:

- mínima perda de potência ativa nas linhas de transmissão;
- mínima somatória dos desvios quadráticos ponderados de uma distribuição de potência reativa pré-especificada;
- mínima somatória dos valores absolutos das injeções de potência reativa;
- mínimo desvio da magnitude das tensões de um nível pré-estabelecido;
- máximo carregamento de potência ativa e reativa.

O custo de geração de potência reativa foi proposto como função objetivo de um problema de FPO por LAMONT e FU (1999) e por RUEDA (2000).



Adicionando-se novas restrições, além das usuais de balanço de potência, o FPO pode ser estendido para contemplar vários outros estudos como, por exemplo, estudos de planejamento de operação onde pode-se buscar o controle do intercâmbio de potência, redução dos fluxos de potência reativa e perdas de potência ativa nas linhas de transmissão. Ainda o operador do sistema pode usar o FPO como instrumento de tomada de decisão para determinação de soluções corretivas na ocorrência de variações na carga ou de contingências previstas ou imprevistas, a saída forçada de uma linha de transmissão e também para estudos de instabilidade de tensão para a determinação de máxima demanda atendida pelo sistema e mínimo corte de carga. Para cada estudo em questão um conjunto de equações de balanço de potência deve ser inserido e parametrizado.

O FPO pode ser representado através de um problema geral de otimização com suas restrições de igualdade e desigualdade, conforme descrito na equação (2.1):

$$\min f = f(x)$$

s. a.:

$$g(x) = 0 \tag{2.1}$$

$$h^{min} \leq h(x) \leq h^{max}$$

$$x^{min} \leq x \leq x^{max}$$

sendo:

$f(.)$  a função objetivo.

$x$  o vetor de variáveis;

$g(.)$  é o vetor de restrições de igualdade;

$h(.)$  é o vetor de restrições de desigualdade;

O problema de FPO pode ser resolvido por diversos métodos. O FPO é um problema não-linear que pode ser aproximado por linearizações sucessivas e então representado como um problema linear que pode ser resolvido por métodos de programação linear (PL).

Desde a apresentação da formulação matemática do FPO na década de 60, inúmeros trabalhos foram desenvolvidos, apresentando propostas de novas técnicas de otimização ou alterações na modelagem

original proposta por CARPENTIER. Em HUNEAULT e GALIANA (1991) pode-se encontrar um amplo estudo das metodologias aplicadas na resolução do FPO desde sua primeira formulação. MASIERO (2011) também apresenta em sua Dissertação de Mestrado uma revisão bibliográfica completa dos trabalhos com propostas para resolver o problema de FPO. GRANVILLE (1994) e WU et al. (1994) utilizaram pela primeira vez um método de pontos interiores, e desde então diferentes versões desse método têm sido apresentadas (FRANK et al., 2012).

O método de pontos interiores primal-dual é o método utilizado para solução do algoritmo do modelo proposto neste trabalho.

### 2.3 CUSTO DE OPORTUNIDADE

Como citado anteriormente, a perda de receita de um gerador pode ser considerada como o custo de oportunidade. Para a teoria econômica, o custo de oportunidade surge quando uma opção é escolhida em detrimento das demais, que também seriam viáveis (SOUSA, 2006). Neste caso, o custo de oportunidade do gerador surgiu quando este passou a fornecer reativos para o sistema.

Segundo MILLER (1981), o modelo de comportamento racional leva as pessoas a orientarem suas escolhas baseando-se na premissa de otimização. Se uma pessoa é livre para agir, parece lógico supor que vai optar por escolhas que lhe proporcionem a máxima satisfação. As fronteiras de cada escolha são as limitações do mundo real.

Os custos de geração de potência ativa são mais fáceis de mensurar do que os da geração de potência reativa. Para as termelétricas, por exemplo, é possível determinar uma função do custo de geração de potência ativa para cada máquina. Já a geração de reativos não está diretamente associada ao consumo da energia primária transformada em energia elétrica (seja consumo de combustível para os geradores térmicos ou de água para a geração nas usinas hidrelétricas). Assim não é possível determinar, diretamente, o custo para gerar potência reativa.

A capacidade de geração da máquina é dada pela potência aparente (VA) e também pelo limite do conjunto turbina-gerador. A definição do limite de geração ativa depende da geração de reativos, desde que o gerador esteja operando abaixo do fator de potência nominal, e da tensão da barra em que está conectado.

Sendo a potência ativa uma fonte de receita para os produtores de energia elétrica, uma das opções para quantificar o custo de geração de

reativos é considerar o quanto cada produtor deixa de receber por possuir geradores que fornecem menos potência ativa enquanto estão gerando os reativos. Isto caracteriza-se como o custo de oportunidade por gerar potência reativa.

O lucro dos produtores está associado ao fornecimento de potência ativa. Sendo assim, o custo de oportunidade de cada produtor pode ser entendido como a diferença entre o seu lucro quando o sistema não exige que seus geradores forneçam reativos, e o lucro deste mesmo produtor quando passa a gerar reativos para o sistema. O custo de oportunidade do sistema é calculado através da somatória do custo de oportunidade de cada produtor.

Estudos têm mostrado que o maior componente do custo para gerar reativos está realmente associado ao custo de oportunidade na geração de potência ativa. O ideal, então, é que esses custos sejam minimizados, pois assim haverá possibilidade de uma redução no preço da potência ativa fornecida. Como a minimização de tais custos pode afetar negativamente o sistema, é importante analisar os efeitos de tal estratégia de operação (GROSS et al. 2002).

Caso as receitas dos produtores venham principalmente do comércio no mercado de curto prazo, pode-se minimizar o custo de oportunidade total do sistema resolvendo-se o FPO em dois níveis, conforme proposto por SENNA (2009). No caso brasileiro, no entanto, grande parte do comércio de energia é feita através de contratos de longo prazo e, por outro lado, o despacho é definido pelo ONS a partir do planejamento de médio e longo prazo. Devido a esses fatores, o modelo proposto por SENNA não pode ser aplicado. Este trabalho busca adequar tal modelo ao caso brasileiro. Para tanto, considera que desvios em relação ao despacho definido pelo ONS acarretem custos para os geradores.

## 2.4 PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO EM DOIS NÍVEIS

O problema de otimização em dois níveis – *Bilevel Programming Problem* BLP - possui uma estrutura hierárquica, composta por um problema de nível superior e um problema de nível inferior, sendo esse problema de nível inferior uma restrição do problema de nível superior (PINTO, 2008).

O problema de dois níveis pode ser entendido como a interação estratégica entre dois agentes: um líder e um seguidor, sendo que esta estratégia foi inicialmente proposta por STACKELBERG (1952). Tanto o líder quanto o seguidor têm controle sobre um subconjunto das

variáveis do problema. Se, por exemplo, o problema é definido em termos das variáveis  $x$  e  $y$ , o problema de nível superior tem controle das variáveis  $x$  e o de nível inferior sobre as variáveis  $y$ . Os problemas de nível superior e inferior buscam a otimização de suas próprias funções objetivo.

As decisões são tomadas de acordo com a hierarquia do problema, ou seja, o líder toma a primeira decisão e depois o seguidor. Sendo assim, o líder, levando em consideração o seu objetivo, toma sua decisão. O seguidor reage, tomando sua decisão de acordo com o seu objetivo. O líder, mesmo não tendo o controle completo das ações, pode influenciar nas decisões que o seguidor tomará (BARD, 1998) (COLSON et al., 2005; FRICKE, 2014). O líder, através das suas decisões, pode influenciar tanto nas possibilidades de escolha quanto no critério de escolha do seguidor, enquanto que o seguidor, por suas reações, faz com que o líder repense sua tomada de decisão.

A estrutura do problema multi-nível proporciona facilidade na formulação de problemas que envolvem processos de decisão hierárquica e tem sido utilizada em diversas aplicações, como problemas de rede de transporte, administração e gestão, setor agrícola, modelos econômicos e outras (PINTO, 2008).

FERNANDES (2005), em sua Tese de Doutorado, utilizou um problema de otimização em dois níveis para determinar a estratégia ótima de oferta para um agente gerador em ambiente competitivo de mercado. As duas funções objetivo deste trabalho são maximizar o lucro individual do agente gerador e minimizar o custo total do sistema. TAKEMURA (2007), em sua Dissertação de Mestrado, aplicou o modelo de otimização em dois níveis tendo como objetivo maximizar o benefício individual de cada gerador enquanto que o Operador do Sistema deseja também maximizar o benefício social, determinando o despacho dos geradores de forma imparcial. CICCONET (2013), em sua Dissertação de Mestrado, também utilizou otimização em dois níveis para resolver o problema de otimização de despacho de geração hidráulica. Foi proposto um modelo matemático que representa um despacho descentralizado e a estocasticidade do problema foi tratada por uma formulação em dois estágios. Outras aplicações na área de sistemas de potência são descritas por SENNA (2009).

## 2.5 MODELO PROPOSTO

Conforme visto anteriormente, no Brasil os geradores são obrigados a fornecer suporte de reativos de acordo com o determinado pelo ONS. Quando um gerador gera potência reativa para manter o sistema (níveis de tensão) dentro dos requisitos estabelecidos, ele pode limitar sua geração de potência ativa e pode reduzir sua receita. A diferença entre a receita do gerador advinda do fornecimento de potência ativa, caso ele não forneça reativos, e a sua receita, quando gera reativos, pode ser entendida como o custo de oportunidade por geração de reativos deste gerador. Obviamente este custo afeta o preço final da energia ofertada pelo gerador. Portanto, ao se definir os valores das potências ativas e reativas a serem fornecidos pelos geradores de um sistema, é importante minimizar o custo de oportunidade. O trabalho realizado por SENNA (2009) teve esse objetivo. No presente trabalho não foi possível modelar o problema como custo de oportunidade, pois tal custo não pode ser facilmente definido para o mercado brasileiro. Dessa forma, o trabalho de SENNA (2009) foi adaptado para o caso brasileiro, através da consideração da potência especificada pelo ONS, e a função objetivo do problema foi definida como o somatório dos desvios quadráticos entre as potências ativas geradas pelo geradores quando ele fornecer reativos para o sistema e quando não fornece.

No caso brasileiro, a geração de potência ativa de cada gerador é definida pelo ONS a partir de estudos de curto, médio e longo prazo. Portanto, existe um valor especificado a ser gerado por cada usina do sistema ( $Pg_i^{esp}$ , sendo  $i=1,2,...,n$ ). Sendo assim, é preciso que a geração de potência ativa seja a mais próxima possível da geração previamente especificada. No momento em que é definido o valor final da potência ativa a ser fornecida por cada usina (por exemplo, meia hora antes do despacho efetivo) os valores das potências ativas são corrigidos a partir de  $Pg_i^{esp}$  de forma a respeitar limites físicos e operacionais que não foram considerados nos modelos usados para determinar  $Pg_i^{esp}$ . Tais limites podem ser divididos em dois grupos:

- Grupo 1: limites relacionados puramente à geração de potência ativa de cada grupo turbina-gerador: limites na vazão turbinada em cada turbina, função de produção de cada grupo, zonas proibidas de operação, etc. Além disso, há também as restrições de transmissão não consideradas na definição de  $Pg_i^{esp}$ .

- Grupo 2: limites associados ao fornecimento de potência ativa e reativa, expressos pela curva de capacidade de cada máquina: limites de corrente de armadura, de estabilidade, de excitação e de campo.

Devido à natureza dos limites do Grupo 1, para se definir os valores finais de geração de potência ativa em cada máquina,  $Pg_i^0$ , pode-se resolver um problema de despacho de potência ativa tendo como função objetivo os mínimos desvios quadráticos entre  $Pg_i^0$  e  $Pg_i^{esp}$ . O problema a ser resolvido é complexo porque envolve restrições não lineares acopladas no tempo e variáveis discretas (TAKIGAWA, 2006). Neste trabalho este problema é simplificado para um modelo de otimização não linear com variáveis contínuas, definido para cada intervalo de tempo. As seguintes suposições são feitas para definir este modelo: cada usina é representada por uma máquina equivalente, as restrições do Grupo 1 são expressas em termos de limites mínimos e máximos de geração de potência ativa e do fluxo na linha e a rede de transmissão é representada supondo que todas as tensões sejam iguais a 1,0 pu. A formulação é apresentada em (2.2).

$$\min f = F$$

s. a.:

$$Pg_i^0 - Pd_i - P_i^0(\delta^0) = 0, i = 1 \dots n \quad (2.2)$$

$$Pg_i^{min} \leq Pg_i^0 \leq Pg_i^{max}$$

$$fl_l^{min} \leq fl_l^0(\delta^0) \leq fl_l^{max}, l = 1 \dots nl$$

Sendo  $F$  um índice de desempenho a ser minimizado,  $Pd_i$  e  $P_i^0(\delta^0)$ , respectivamente, a carga e a soma dos fluxos de potência ativa que saem da barra  $i$ ,  $\delta^0$  o vetor dos ângulos das barras,  $Pg_i^{min}$  e  $Pg_i^{max}$  os limites de geração de potência ativa,  $fl_l^0(\delta^0)$  o fluxo de potência ativa na linha  $l$ ,  $fl_l^{min}$  e  $fl_l^{max}$  os limites de fluxo,  $n$  o número de barras do sistema e  $nl$  o número de linhas do sistema.

Ao resolver o problema (2.2), são obtidas as gerações de potência ativa  $Pg_i^{0*}$ , que satisfazem (de forma aproximada) as restrições do

Grupo 1. Porém tais gerações não necessariamente satisfazem as restrições do Grupo 2, associadas ao fornecimento de potência reativa.

Considerando a representação completa da rede elétrica, os valores finais das potências fornecidas pelos geradores devem satisfazer: as restrições impostas pelas suas curvas de capacidade, as equações de balanço de potência ativa e reativa do sistema e limites físicos e operacionais do sistema (em taps de transformadores variáveis, compensadores shunt, nas linhas de transmissão). Os valores finais da geração de potência ativa,  $Pg_i^*$ , precisam satisfazer a todos os limites do Grupo 1 e do Grupo 2. Deve-se notar que a diferença entre  $Pg_i^{0*}$  e  $Pg_i^*$  se deve aos requisitos de suporte de reativos do sistema.

Para se obter o valor de  $Pg_i^*$ , este trabalho supõe que o despacho de potência é obtido em duas etapas. Na primeira etapa, nível inferior, obtém-se  $Pg_i^{0*}$  resolvendo um problema de otimização derivado de (2.2). Supõe-se que cada gerador  $i$  “dê um preço” ao desvio entre  $Pg_i^0$  e  $Pg_i^{esp}$  através de oferta encaminhada ao coordenador do mercado. Cada gerador faz a seguinte oferta:

$$o_i^0 = \alpha_i * (Pg_i^0 - Pg_i^{esp}) \quad (2.3)$$

Para que seja despachado de forma que considera vantajosa, o gerador propõe limites mínimos e máximos a  $\alpha_i$ :  $\alpha_i^{min} \leq \alpha_i \leq \alpha_i^{max}$ .

Os valores de  $Pg_i^0$ ,  $i = 1..n$ , são então obtidos resolvendo-se:

$$\min f = \sum_i \frac{1}{2} [\alpha_i * (Pg_i^0 - Pg_i^{esp})^2] \quad (2.4)$$

s. a.:

$$Pg_i^0 - Pd_i - Pt_i(\delta^0) = 0 \quad (2.5)$$

$$Pg_i^{min} \leq Pg_i^0 \leq Pg_i^{max} \quad (2.6)$$

$$fl_i^{min} \leq fl_i^0(\delta^0) \leq fl_i^{max} \quad (2.7)$$

É suposto que o pagamento dos geradores é baseado no mercado de potência ativa, ou seja, através do preço marginal de cada barra. Pode-se demonstrar que o preço marginal é o negativo do multiplicador

de Lagrange da equação de balanço de potência ativa, equação (2.5), do problema apresentado. O preço marginal é denotado por  $-\lambda^0$ .

Considerando as restrições do Grupo 1 e as restrições dos Grupos 1 e 2, o desvio quadrático das potências de cada gerador, ponderado pela capacidade da máquina, é o apresentado em (2.8):

$$D_i = \frac{1}{2} * \left[ \frac{(Pg_i - Pg_i^0)^2}{Sg_i} \right] \quad (2.8)$$

O somatório dos desvios quadráticos das potências de cada gerador, considerando os preços marginais das barras, é o apresentado em (2.9):

$$O_i = \sum_i^n \frac{-\lambda_i^0}{2} * \left[ \frac{(Pg_i - Pg_i^0)^2}{Sg_i} \right] \quad (2.9)$$

Na segunda etapa do procedimento de despacho, são obtidos  $Pg_i^*, i = 1..n$  que minimizam a soma dos desvios quadráticos dos geradores. Deve-se observar que, nesta etapa, para que exista competição o coeficiente  $\alpha_i$  deve ser ajustado dentro dos limites impostos pelos geradores. Após tal ajuste, é feita uma nova etapa 1 seguida de uma nova etapa 2, e o procedimento se repete até que não ocorram novos ajustes em  $\alpha_i$ .

O procedimento descrito anteriormente pode ser representado pelo seguinte problema de otimização em dois níveis:

$$\min O = \sum_i^n \frac{-\lambda_i^0}{2} * \left[ \frac{(Pg_i - Pg_i^0)^2}{Sg_i} \right]$$

s. a.:

$$Pg_i - Pd_i - P_i(V, \delta, t) = 0$$

$$Qg_i - Qd_i - Q_i(V, \delta, t) + b_i * V_i^2 = 0$$

$$fl_i^{min} \leq fl_i(V, \delta, t) \leq fl_i^{max}$$

$$V_i^{min} \leq V_i \leq V_i^{max}$$



$$b_i^{min} \leq b_i \leq b_i^{max}$$

$$Pg_i^{min} \leq Pg_i \leq Pg_i^M(Qg_i)$$

$$Qg_i^{min} \leq Qg_i \leq Qg_i^{max}$$

$$t_l^{min} \leq t_l \leq t_l^{max} \quad (2.10)$$

$$\alpha_i^{min} \leq \alpha_i \leq \alpha_i^{max}$$

$$\min f = \sum_i^n \frac{1}{2} [\alpha_i * (Pg_i^0 - Pg_i^{esp})^2]$$

s. a.:

$$Pg_i^0 - Pd_i - P_i^0(\delta^0) = 0$$

$$Pg_i^{min} \leq Pg_i^0 \leq Pg_i^{max} = Sg_i$$

$$fl_i^{min} \leq fl_i^0(\delta^0) \leq fl_i^{max}$$

Sendo:

<b><math>O</math></b>	desvio quadrático ponderado total;
<b><math>n</math></b>	número de barras do sistema;
<b><math>i</math></b>	índice de cada barra do sistema;
<b><math>-\lambda_i^0</math></b>	preço marginal da barra $i$ ;
<b><math>Pg_i^0</math></b>	potência ativa gerada na barra $i$ ;
<b><math>Pg_i</math></b>	potência ativa gerada na barra $i$ quando há geração de reativos;
<b><math>Pd_i</math></b>	carga ativa da barra $i$ ;
<b><math>P_i(V, \delta, t)</math></b>	soma dos fluxos de potência ativa que saem da barra $i$ ;
<b><math>\delta^0</math></b>	vetor dos ângulos de fase das tensões em cada barra;
<b><math>Qg_i</math></b>	potência reativa gerada na barra $i$ ;
<b><math>Qd_i</math></b>	carga reativa na barra $i$ ;
<b><math>Q_i(V, \delta, t)</math></b>	soma dos fluxos de potência reativa que saem da barra $i$ ;
<b><math>b_i</math></b>	susceptância do compensador estático de reativos da barra $i$ ;

$V_i$	magnitude de tensão da barra $i$ ;
$fl_l$	fluxo de potência na linha $l$ considerando reativos;
$fl_l^{min}$	limite mínimo do fluxo de potência na linha $l$ ;
$fl_l^{max}$	limite máximo do fluxo de potência na linha $l$ ;
$V_i^{min}$	limite mínimo da magnitude de tensão da barra $i$ ;
$V_i^{max}$	limite máximo da magnitude de tensão da barra $i$ ;
$b_i^{min}$	limite mínimo da susceptância do compensador estático de reativos da barra $i$ ;
$b_i^{max}$	limite máximo da susceptância do compensador estático de reativos da barra $i$ ;
$Pg_i^{min}$	limite mínimo da potência ativa a ser gerada pelo gerador da barra $i$ ;
$Pg_i^M(Qg_i)$	máximo da potência ativa a ser gerada pelo gerador da barra $i$ , considerando a Curva de Capabilidade do gerador;
$Qg_i^{min}$	limite mínimo da potência reativa a ser gerada pelo gerador da barra $i$ ;
$Qg_i^{max}$	limite máximo da potência reativa a ser gerada pelo gerador da barra $i$ ;
$t_l$	tape do transformador conectado à linha $l$ ;
$t_l^{min}$	limite mínimo de tapes do transformador conectado à linha $l$ ;
$t_l^{max}$	limite máximo de tapes do transformador conectado à linha $l$ ;
$\alpha_i$	coeficiente quadrático da barra $i$ relacionado ao preço do desvio de potência;
$\alpha_i^{min}$	limite mínimo do coeficiente quadrático da barra $i$ relacionado ao preço do desvio de potência;
$\alpha_i^{max}$	limite máximo do coeficiente quadrático da barra $i$ relacionado ao preço do desvio de potência;
$f$	desvio quadrático total entre a potência gerada por cada máquina e a potência especificada pelo ONS;
$P_i^0(\delta^0)$	soma dos fluxos de potência ativa que saem da barra $i$ considerando o perfil de tensão na barra $i$ plano;
$Sg_i$	potência nominal do gerador $i$ ;
$fl_l^0(\delta^0)$	fluxo de potência ativa na linha $l$ .

O limite de transmissão das barras foi simplificado neste trabalho, sendo representado como o limite de fluxo de potência ativa apenas.

A Curva de Capabilidade de cada máquina é considerada neste trabalho e isto pode modificar o limite máximo de fornecimento de potência ativa dos geradores, já que o limite superior da potência ativa de cada gerador está diretamente ligado à sua Curva de Capabilidade. Além disto, uma vez que uma máquina necessite fornecer reativos, a sua capacidade de fornecimento de potência ativa pode diminuir.

A capacidade de fornecimento de potência ativa só será afetada pela Curva de Capabilidade quando o gerador estiver operando com fator de potência abaixo do nominal.

A Curva de Capabilidade depende da tensão na barra onde está conectado o gerador. Porém, neste trabalho, devido à complexidade das derivadas, o nível de tensão nas barras não foi considerado.

Considerando o limite imposto pela turbina e que a máquina esteja operando na tensão nominal, que suas reatâncias de eixo direto e em quadratura sejam iguais, que a resistência de armadura seja desprezível e que o limite de aquecimento da armadura para operação no modo sub-excitado seja uma função linear das potências ativa e reativa geradas, a potência ativa máxima  $Pg_1^M$  que a máquina pode fornecer quando está gerando reativos pode ser aproximada pela equação (2.11), segundo RUEDA e ALMEIDA (2001):

$$\begin{aligned}
 Pg_i^M(Qg_i) &= \\
 &= f1(Qg_i), Qg_i^{min} \leq Qg_i \leq Qg'_i \\
 &= f2(Qg_i), Qg'_i \leq Qg_i \leq Qg''_i \\
 &= f3(Qg_i), Qg''_i \leq Qg_i \leq Qg_i^{max}
 \end{aligned} \tag{2.11}$$

Sendo:

$$f1(Qg_i) = \left( \frac{Pg'_i}{Qg'_i - Qg_i^{min}} \right) * (Qg_i - Qg_i^{min})$$

$$f2(Qg_i) = Pg'_i$$

$$f3(Qg_i) = \sqrt{\frac{(E_i^{max})^2 - (Qg_i * X_{S_i} + 1)^2}{X_{S_i}}}$$

onde:

$E_i^{max}$  é a tensão máxima de excitação da máquina;

$Pg'_i = Sg_i * \cos(\phi_i)$ ;

$Qg'_i = -Sg_i * \sin(\phi_i)$ ;

$Qg''_i = Sg_i * \sin(\phi_i)$ ;

$\phi_i$  é o ângulo do fator de potência da máquina;

$X_{Si}$  é a reatância síncrona da máquina.

Na Figura 2.1 pode ser observado que o limite de geração da máquina pode ser expresso como:

$$Pg_i^M(Qg_i) = \min\{f1(Qg_i), f2(Qg_i), f3(Qg_i)\}$$

s. a.: (2.12)

$$Qg_i^{min} \leq Qg_i \leq Qg_i^{max}$$

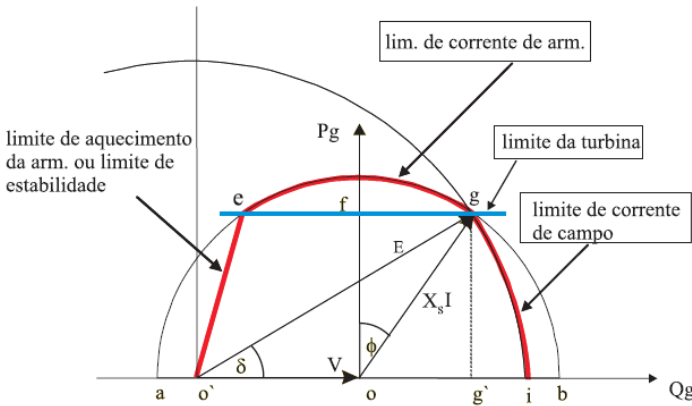


Figura 2.1 – Curva de Capabilidade.

Fonte: (ALMEIDA, 2012).

Segundo GOPAL e BIEGLER (1999), a equação (2.12) pode ser aproximada pela função diferencial apresentada em (2.13):

$$Pg_i^M(Qg_i) = f1(Qg_i) - \frac{1}{\xi} * \ln\{1 + e^{-\xi[f2(Qg_i) - f1(Qg_i)]} + e^{-\xi[f3(Qg_i) - f1(Qg_i)]}\} \quad (2.13)$$

sendo  $\xi > 0$  o parâmetro de ajuste da função:  $Qg_i^{min} \leq Qg_i \leq Qg_i^{max}$  e é fixado antes do início do processo de resolução (ALMEIDA, 2012).

O limite devido ao ângulo máximo de carga do gerador não é considerado, porém ele existe na prática para que seja mantida a estabilidade do sistema.

## 2.6 CONCLUSÕES

Neste Capítulo foram descritos o problema do Fluxo de Potência Ótimo, apresentando sua formulação genérica, aplicações e métodos de solução, o conceito do custo de oportunidade e sua relação com a geração de potência reativa, e também o problema de otimização em dois níveis, apresentando seus conceitos e algumas aplicações. Ainda foi detalhado o modelo do problema proposto, apresentando as funções objetivo, as restrições de igualdade e desigualdade e as ofertas dos geradores.

No próximo Capítulo será apresentada a técnica de solução utilizada para resolver o modelo proposto.



### 3 TÉCNICA DE SOLUÇÃO

#### 3.1 INTRODUÇÃO

Este Capítulo descreve o procedimento adotado para resolver o problema de dois níveis (equação (2.10)). Esse procedimento pode ser dividido em duas etapas. A primeira etapa se resume a derivar as condições de Karush-Kuhn-Tucker do problema de nível inferior e inseri-las como novas restrições do problema de nível superior, obtendo-se assim um problema de um único nível. A segunda etapa é resolver o problema de otimização de um único nível, através do método primal-dual de pontos interiores e utilizando condições necessárias de otimalidade de Fritz-John (FJ) normalizadas.

A seguir são apresentadas todas as formulações necessárias para a transformação e solução do problema proposto.

#### 3.2 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE DOIS NÍVEIS

Para explicar o procedimento de solução, o problema (2.10) é representado de forma compacta como:

$$\min \hat{F} = F(x, y)$$

$$s. a.:$$

$$G(y) = 0$$

$$H(y) \leq H^{max}$$

$$\min f = f(x)$$

$$s. a.:$$

$$g(x) = 0$$

$$h(x) \leq h^{max}$$

(3.1)

onde:

$x$	é o vetor de variáveis do nível inferior;
$y$	é o vetor de variáveis do nível superior;
$h(.)$	é o vetor de restrições de desigualdade do nível inferior;
$g(.)$	é o vetor de restrições de igualdade do nível inferior;
$H(.)$	é o vetor de restrições de desigualdade do nível superior;
$G(.)$	é o vetor de restrições de igualdade do nível superior;
$f(.)$	é a função objetivo do nível inferior;
$F(.)$	é a função objetivo do nível superior.

Relacionando com o problema (2.10), tem-se que:

$x$	é o vetor das variáveis $Pg_i^0$ e $\delta^0$ ;
$y$	é o vetor das variáveis $Pg_i, Qg_i, V_i, fl_i, b_i, t_i, \alpha_i$ e $\beta_i$ ;
$h(.)$	é o vetor das restrições: $Pg_i^{min} \leq Pg_i^0 \leq Pg_i^{max} = Sg_i$ e $fl_i^{min} \leq fl_i^0(\delta^0) \leq fl_i^{max}$ ;
$g(.)$	é o vetor da restrição $Pg_i^0 - Pd_i - P_i^0(\delta^0) = 0$ ;
$H(.)$	é o vetor das restrições $fl_i^{min} \leq fl_i(V, \delta, t) \leq fl_i^{max}$ , $V_i^{min} \leq V_i \leq V_i^{max}$ , $b_i^{min} \leq b_i \leq b_i^{max}$ , $Pg_i^{min} \leq Pg_i \leq Pg_i^{max}$ , $Qg_i^{min} \leq Qg_i \leq Qg_i^{max}$ , $t_i^{min} \leq t_i \leq t_i^{max}$ , $\alpha_i^{min} \leq \alpha_i \leq \alpha_i^{max}$ e $\beta_i^{min} \leq \beta_i \leq \beta_i^{max}$ ;
$G(.)$	é o vetor das restrições $Pg_i - Pd_i - P_i(V, \delta, t) = 0$ e $Qg_i - Qd_i - Q_i(V, \delta, t) + b_i * V_i^2 = 0$ ;
$f(.)$	é a função objetivo $f = \sum_i^n \frac{1}{2} [\alpha_i * (Pg_i^0 - Pg_i^{esp})^2]$ ;
$F(.)$	é a função objetivo $O = \sum_i^n [-\lambda_i^0 * (Pg_i^0 - Pg_i)]$ .

A solução deve ser iniciada pela definição do Lagrangeano do nível inferior, que é o apresentado em (3.2):

$$L^0(x, \lambda, \pi) = f(x) + \lambda^t * g(x) + \pi^t * (h(x) - h^{max}) \quad (3.2)$$

Então o problema do nível inferior é substituído por suas condições de KKT e inserido no problema de nível superior como restrições. As condições de KKT do nível inferior são as descritas em (3.3):



$$\begin{aligned}
\frac{\partial L^0(x, \lambda, \pi)}{\partial x} &= \frac{\partial f(x)}{\partial x} + \frac{\partial g^t(x)}{\partial x} * \lambda + \frac{\partial h^t(x)}{\partial x} * \pi = 0 \\
g_i(x) &= 0 \\
h_i(x) &\leq h_i^{max} \\
\pi_i * (h_i(x) - h_i^{max}) &= 0, i = 1, \dots, k \\
\pi_i &\geq 0
\end{aligned} \tag{3.3}$$

Em (3.4) é apresentado o problema formulado, que tornou-se então um problema de um único nível.

$$\begin{aligned}
\min \hat{F} &= F(x, y) \\
s. a.: \\
G_i(y) &= 0 \\
H_i(y) &\leq H_i^{max} \\
\frac{\partial f(x)}{\partial x} + \frac{\partial g^t(x)}{\partial x} * \lambda + \frac{\partial h^t(x)}{\partial x} * \pi &= 0 \\
g_i(x) &= 0 \\
h_i(x) &\leq h_i^{max} \\
\pi_i * (h_i(x) - h_i^{max}) &= 0, i = 1, \dots, k \\
\pi_i &\geq 0
\end{aligned} \tag{3.4}$$

Sendo  $k$  o número de restrições de desigualdade do nível inferior.

Definindo a variável de folga  $w$  e representando a condição de complementariedade do nível inferior, tem-se:

$$w_i = h_i^{max} - h_i(x) \tag{3.5}$$

$$-\pi_i * w_i = 0$$

$$w_i \geq 0, \pi_i \geq 0$$

Relaxando a restrição de folga complementar tem-se que:

$$-\pi_i * w_i + \mu = 0 \quad (3.6)$$

sendo  $\mu \geq 0$ .

A inserção do parâmetro de barreira  $\mu$  na restrição de folga complementar, como apresentado em (3.6), pode ser utilizada como uma técnica de suavização para a solução do problema. Técnicas de suavização para representar, de forma aproximada, as funções não diferenciáveis de um problema têm sido aplicadas com o objetivo de melhorar o desempenho dos algoritmos. ALMEIDA (2012) apresentou técnicas de suavização aplicadas a um problema de FPO de dois níveis. No problema deste trabalho há dois conjuntos de restrições não diferenciáveis: as curvas de capacidade, que foram representadas por uma função descrita por GOPAL e BIEGLER (1999), e as condições de complementariedade, nas quais foi inserido o parâmetro de barreira  $\mu$  como forma de suavização.

O parâmetro de barreira  $\mu$  e as variáveis de folga dos limites inferior ( $w$ ) e superior ( $s$ ) são inseridos no problema e a reformulação é mostrada em (3.7).

$$\min \hat{F} = F(x, y) - \mu * \left[ \sum_{i=1}^m \ln(s_i) + \sum_{i=1}^k \ln(w_i) \right]$$

s. a.:

$$G(y) = 0$$

$$H(y) + s - H^{max} = 0 \quad (3.7)$$

$$\frac{\partial f(x)}{\partial x} + \frac{\partial g^t(x)}{\partial x} * \lambda + \frac{\partial h^t(x)}{\partial x} * \pi = 0$$

$$g(x) = 0$$

$$h(x) + w - h^{max} = 0$$

$$-diag(\pi) * w + \mu = 0$$

sendo  $diag$  uma matriz diagonal com os valores de  $\pi$ ,  $s > 0$ ,  $w \geq 0$ ,  $\mu \geq 0$ , e  $m$  o número de inequações do nível superior.

O problema é resolvido através do método primal-dual de pontos interiores, que se baseia na solução das condições de otimalidade por aproximações lineares (método de Newton). A descrição e o equacionamento do método primal-dual de pontos interiores pode ser verificado no Apêndice B.

A partir do problema (3.7), podemos inferir a forma final do problema FPO descrito pela equação (2.10). Esse problema se torna:

$$= \min \sum_i^n \frac{-\lambda_i^0}{2} * \left[ \frac{(Pg_i - Pg_i^0)^2}{Sg} \right]$$

s. a.:

$$Pg_i - Pd_i - P_i(V, \delta, t) = 0$$

$$Qg_i - Qd_i - Q_i(V, \delta, t) + b_i * V_i^2 = 0$$

$$fl_i(V, \delta, t) - fl_i^{min} - sfl = 0$$

$$fl_i(V, \delta, t) - fl_i^{max} + sfu = 0$$

$$V_i - V_i^{min} - svl = 0$$

$$V_i - V_i^{max} + svu = 0$$

$$b_i - b_i^{min} - sbl = 0$$

$$b_i - b_i^{max} + sbu = 0$$

$$Pg_i - Pg_i^{min} - spgl = 0$$

$$Pg_i - Pg_i^M(Qg_i) + spgu = 0$$

$$Qd_i + Q_i(V, \delta, t) - b_i * V_i^2 - Qg_i^{min} - sqgl = 0$$

(3.8)

$$Qd_i + Q_i(V, \delta, t) - b_i * V_i^2 - Qg_i^{max} + sqgu = 0$$

$$t_i - t_i^{min} - stl = 0$$

$$t_i - t_i^{max} + stu = 0$$

$$\alpha_i - \alpha_i^{min} - sal = 0$$

$$\alpha_i - \alpha_i^{max} + sau = 0$$

$$\alpha_i * Pg_i^0 + \lambda_i^0 - \pi gl + \pi gu = 0$$

$$-\lambda_i^0 * \frac{\partial P_i^0(\delta_i^0)}{\partial \delta^0} - \pi fl * \frac{\partial fl_i^0(\delta_i^0)}{\partial \delta^0} + \pi fu * \frac{\partial fl_i^0(\delta_i^0)}{\partial \delta^0} = 0$$

$$Pg_i^0 - Pd_i - P_i^0(\delta_i^0) = 0$$

$$w_i - Pg_i^0 + Pg_i^{min} = 0$$

$$z_i - Sg_i + Pg_i^0 = 0$$

$$\hat{w}_i - fl_i^0(\delta_i^0) + fl_i^{min} = 0$$

$$\hat{z}_i - fl_i^{max} + fl_i^0(\delta_i^0) = 0$$

$$-\pi gl * w_i + \mu = 0$$

$$-\pi gu * z_i + \mu = 0$$

$$-\pi fl * \hat{w}_i + \mu = 0$$

$$-\pi fu * \hat{z}_i + \mu = 0$$

A seguir é descrita a técnica empregada para resolver o problema de um único nível resultante da substituição das condições de KKT do problema de nível inferior no problema de nível superior. Para simplificar a notação, a técnica é descrita usando a formulação compacta do problema FPO (equação (3.7)).

### 3.3 CONDIÇÕES DE FRITZ-JOHN

Devido às condições de folga complementar, o problema (3.4) possui restrições cujos gradientes são linearmente dependentes. Quando um problema possui restrições com gradientes linearmente dependentes as condições de KKT não são válidas. No entanto, é possível usar as condições de Fritz-John (FJ) para representar pontos candidatos à solução. A dificuldade de se trabalhar com as condições de FJ é que elas são expressas por um determinado conjunto de restrições. Para que seja possível obter uma solução, essas condições são "normalizadas", tal como proposto por POORE e TIAHRT (1987).

Neste trabalho as condições normalizadas de Fritz-John são utilizadas para representar as soluções ótimas do problema (3.8). Para simplificar a notação, as condições normalizadas de Fritz-John são derivadas para o problema de otimização apresentado em (3.7).

Seja  $\hat{\lambda}$  o multiplicador associado à função objetivo do problema (3.7), de acordo com POORE e TIAHRT (1987), as condições de FJ do problema (3.7) são as descritas em (3.10), desde que o Lagrangeano seja o apresentado em (3.9):

(3.9)

$$\begin{aligned} Lag(x, y, \hat{\lambda}, \alpha, \beta, \gamma, \varepsilon, \eta, \rho) = & \hat{\lambda} * \{ F(x, y) - \mu * [\sum_{i=1}^k \ln(w_i)] + \sum_{i=1}^m \ln(s_i) \} \\ & + \alpha' * G(y) + \beta' * (H(y) + s - H^{\max}) + \gamma' * \left( \frac{\partial L^0(x, \lambda, \pi)}{\partial x} \right) \\ & + \varepsilon' * g(x) + \eta' * (h(x) + w - h^{\max}) + \rho' * (\pi * w + \mu) \end{aligned}$$

(3.10)

$$\frac{\partial F(x, y)}{\partial x} * \hat{\lambda} + \frac{\partial \left( \frac{\partial L^0(x, \lambda, \pi)}{\partial x} \right)^t}{\partial x} * \gamma + \frac{\partial g^t(x)}{\partial x} * \varepsilon + \frac{\partial h^t(x)}{\partial x} * \eta = 0$$

$$\frac{\partial F(x, y)}{\partial y} * \hat{\lambda} + \frac{\partial G^t(y)}{\partial y} * \alpha + \frac{\partial H^t(y)}{\partial y} * \beta = 0$$

$$- \mu * \hat{\lambda} * w^{-1} + \pi^t * \rho \rightarrow - \mu * \hat{\lambda} + W * \pi^t * \rho = 0$$

$$- \mu * \hat{\lambda} * s^{-1} + \beta \rightarrow - \mu * \hat{\lambda} + S * \beta = 0$$

$$G(y) = 0$$

$$H(y) + s - H^{max} = 0$$

$$\frac{\partial f(x)}{\partial x} + \frac{\partial g^t(x)}{\partial x} * \lambda + \frac{\partial h^t(x)}{\partial x} * \pi = 0$$

$$g(x) = 0$$

$$h(x) + w - h^{max} = 0$$

$$[\hat{\lambda} \beta^t \eta^t]^t \geq 0$$

onde  $W = diag\{w_k\}$ ,  $S = diag\{s_m\}$ .

### 3.3.1 Modificação das condições de FJ

O número de incógnitas que constam em (3.10) é igual ao número de equações mais um. Assim, considerando que os multiplicadores aparecem linearmente nestas equações e que pelo menos um componente do vetor  $[\hat{\lambda} \beta^t \eta^t]^t$  é diferente de zero, é possível obter os valores dos multiplicadores através da normalização indicada em (3.11):

$$\hat{\lambda}^2 + \alpha^t * \alpha + \beta^t * \beta + \gamma^t * \gamma + \varepsilon^t * \varepsilon + \eta^t * \eta + \rho^t * \rho - 1 = 0 \quad (3.11)$$

As condições de otimalidade passam a ser compostas também pela equação apresentada em (3.11). A solução de (3.10) e (3.11) é a solução de Fritz-John.

Se no ponto ótimo  $\hat{\lambda} > 0$ , a solução também atende as condições de KKT e, como caso particular, tem-se:

$$\begin{aligned} \alpha^K &= \frac{\alpha^F}{\hat{\lambda}}; \beta^K = \frac{\beta^F}{\hat{\lambda}}; \gamma^K = \frac{\gamma^F}{\hat{\lambda}}; \\ \varepsilon^K &= \frac{\varepsilon^F}{\hat{\lambda}}; \eta^K = \frac{\eta^F}{\hat{\lambda}}; \rho^K = \frac{\rho^F}{\hat{\lambda}}; \end{aligned} \quad (3.12)$$

Sendo que  $\alpha^F, \beta^F, \gamma^F, \varepsilon^F, \eta^F$  e  $\rho^F$  resolvem as condições de FJ e  $\alpha^K, \beta^K, \gamma^K, \varepsilon^K, \eta^K$  e  $\rho^K$  as de KKT. Os multiplicadores apresentados em

(3.12) referem-se ao problema apresentado em (3.10). Esta propriedade aplica-se a todos os multiplicadores de Lagrange (ML), ou seja,

$$ML^K = ML^F / \hat{\lambda} \quad (3.13)$$

Como pode ser verificado no Apêndice B, aplicando-se o Método de Newton, o sistema linear a ser resolvido é o apresentado em (3.14).

$$\begin{bmatrix}
 2\hat{\lambda} & 0 & 0 & 2\alpha' & 2\beta' & 2\gamma' & 2\varepsilon' & 2\eta' & 2\rho' & 0 & 0 \\
 \frac{\partial F}{\partial x} & \frac{\partial L^2}{\partial x^2} & \frac{\partial F^2}{\partial x \partial y} & 0 & 0 & \frac{\partial(\partial L^{0x})}{\partial x} & \frac{\partial g'}{\partial x} & \frac{\partial h'}{\partial x} & 0 & 0 & 0 \\
 \frac{\partial F}{\partial y} & \frac{\partial F^2}{\partial y \partial x} & \frac{\partial Lag^2}{\partial y^2} & \frac{\partial G'}{\partial y} & \frac{\partial H'}{\partial y} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & \frac{\partial G'}{\partial y} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & \frac{\partial H'}{\partial y} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I & 0 \\
 0 & \frac{\partial L^0}{\partial x} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & \frac{\partial g}{\partial x} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & \frac{\partial h}{\partial x} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \Pi \\
 -\mu\varepsilon & 0 & 0 & 0 & S & 0 & 0 & 0 & 0 & B & 0 \\
 -\mu\varepsilon & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \Pi' * W & 0 & \Pi' * P
 \end{bmatrix} *$$

$$* \begin{bmatrix}
 \Delta \hat{\lambda} \\
 \Delta x \\
 \Delta y \\
 \Delta \alpha \\
 \Delta \beta \\
 \Delta \gamma \\
 \Delta \varepsilon \\
 \Delta \eta \\
 \Delta \rho \\
 \Delta s \\
 \Delta w
 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{aligned}
& \hat{\lambda}^2 + \alpha * \alpha' + \beta * \beta' + \gamma * \gamma' + \varepsilon * \varepsilon' + \eta * \eta' + \rho * \rho' - 1 \\
& \frac{\partial F}{\partial x} * \hat{\lambda} + \frac{\partial(\frac{\partial L^0(x, y, \pi)}{\partial x})'}{\partial x} * \gamma + \frac{\partial g'(x)}{\partial x} * \varepsilon + \frac{\partial h'(x)}{\partial x} * \eta \\
& \frac{\partial F}{\partial y} * \hat{\lambda} + \frac{\partial G'(y)}{\partial y} * \alpha + \frac{\partial H'(y)}{\partial y} * \beta \\
& G(y) \\
& H(y) + s - H^{\max} \\
& \frac{\partial L^0(x, y, \pi)}{\partial x} \\
& g(x) \\
& h(x) + w - h^{\max} \\
& \pi * w + \mu \\
& -\mu * \hat{\lambda} + S * \beta \\
& -\mu * \hat{\lambda} + W * (\pi' * \rho)
\end{aligned}
= - \quad (3.14)$$

Onde  $\Pi = \text{diag}\{\pi_k\}$ ,  $B = \text{diag}\{\beta_j\}$ ,  $P = \text{diag}\{\rho_j\}$  e  $I$  é a Matriz Identidade.



### 3.4 CONCLUSÕES

Neste Capítulo foram descritas as etapas do procedimento adotado para resolver o problema de dois níveis. O problema de dois níveis foi transformado em um problema de um único nível, sua solução ótima foi expressa pelas condições necessárias de Fritz-John normalizadas e resolvido através do método primal-dual de pontos interiores.

No próximo Capítulo será apresentado um estudo sobre o significado dos multiplicadores de Lagrange obtidos na solução do problema.



## 4 ANÁLISE DE SENSIBILIDADE

### 4.1 INTRODUÇÃO

Neste Capítulo são apresentadas expressões analíticas para efetuar a Análise de Sensibilidade das soluções do problema FPO descrito nos capítulos anteriores. Tais expressões são baseadas nos multiplicadores de Lagrange (ML) do problema descrito no Capítulo 2.

### 4.2 INTERPRETAÇÃO DOS ML

Primeiramente analisamos os multiplicadores de Lagrange associados às equações de balanço de potência ativa e reativa do problema apresentado na equação (2.10).

O significado dos multiplicadores de Lagrange associados às equações de balanço de potência ativa e reativa do problema pode ser obtido formando um Lagrangeano com restrições relacionadas à  $Pg, Qg, V, \delta, b, t$ , explicitamente representadas em (4.1), e às demais restrições, apresentadas de forma compacta, em termos de  $\Psi l(\alpha, Pg^0, \delta^0) \leq 0, j = 1, \dots, n \text{ restrições}$ .

$$\begin{aligned}
 L = & \sum_i^n \frac{-\lambda_i^0}{2} * \left[ \frac{(Pg_i - Pg_i^0)^2}{Sg} \right] + \sum_i^n [A_i * (Pg_i - Pd_i - P_i(V, \delta, t))] \\
 & + \sum_i^n [B_i * (Qg_i - Qd_i - Q_i(V, \delta, t) + b_i * V_i^2)] \\
 & + \sum_i^n [\rho_i^{min} (-Qg_i + Qg_i^{min})] \\
 & + \sum_i^n [\rho_i^{max} (Qg_i - Qg_i^{max})] \\
 & + \sum_i^n [\gamma_i^{min} * (-Pg_i + Pg_i^{min})] \\
 & + \sum_i^n [\gamma_i^{max} * (Pg_i - Pg_i^M(Qg_i))] \\
 & + \sum_i^n [\lambda_i^{min} * (-V_i + V_i^{min})]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \sum_{i=1}^n [\lambda_i^{max} * (V_i - V_i^{max})] \\
& + \sum_{i=1}^n [\mu_i^{min} * (-b_i + b_i^{min})] \\
& + \sum_{i=1}^n [\mu_i^{max} * (b_i - b_i^{max})] \\
& + \sum_{i=1}^n [\epsilon_i^{min} * (-t_i + t_i^{min})] \\
& + \sum_{i=1}^n [\epsilon_i^{max} * (t_i - t_i^{max})] \\
& + \sum_{i=1}^n [\sigma_i^{min} * (-fl_i(V, \delta, t) + fl_i^{min})] \\
& + \sum_{i=1}^n [\sigma_i^{max} * (fl_i(V, \delta, t) - fl_i^{max})] \\
& + \sum_{j \in nrestricoes} [\Psi l(\alpha, Pg^0, \delta^0)]
\end{aligned} \tag{4.1}$$

#### 4.2.1 Geração de potência ativa

No ponto ótimo, para o gerador  $k$ , e sendo  $\gamma_i^{min}, \gamma_i^{max} \geq 0$ :

$$\frac{\partial L}{\partial Pg_k} = -\lambda_k^0 * \frac{(Pg_k - Pg_k^0)}{Sg_k} * \hat{\lambda} + A_k - \gamma_k^{min} + \gamma_k^{max} = 0 \tag{4.2}$$

Sendo  $\hat{\lambda}$  o multiplicador associado à função objetivo, como descrito no Capítulo 3, equação (3.9).

Se o gerador  $k$  está operando dentro dos seus limites de potência ativa, tem-se que  $\gamma_k^{min} = \gamma_k^{max} = 0$  e, então:

$$\frac{A_k}{\hat{\lambda}} = -\lambda_k^0 * \frac{(Pg_k - Pg_k^0)}{Sg_k} \tag{4.3}$$

Pode-se notar que o termo do lado direito da equação (4.3) representa o desvio de geração de potência ativa do gerador  $k$ , normalizado pela sua capacidade de geração, multiplicado pelo preço marginal da barra  $k$ . Tem-se então que o multiplicador de Lagrange associado ao balanço de potência ativa, dividido por  $\hat{\lambda}$ , representa o preço associado ao desvio marginal de geração de potência ativa.

#### 4.2.2 Geração de potência reativa

De (4.1) temos que:

$$\frac{\partial L}{\partial Qg_k} = B_k - \rho_k^{min} + \rho_k^{max} - \gamma_k^{max} * \frac{\partial Pg_i^M(Qg_i)}{\partial Qg_k} = 0 \quad (4.4)$$

Caso o gerador da barra  $k$  esteja operando estritamente dentro de seus limites de geração de potência reativa, tem-se que  $\rho_k^{min} = \rho_k^{max} = 0$  e, então:

$$B_k = \gamma_k^{max} * \frac{dPg_i^M(Qg_i)}{dQg_k} \quad (4.5)$$

Uma vez que

$$\gamma_k^{max} = \frac{dO}{dPg_i^M(Qg_i)} * \hat{\lambda} \quad (4.6)$$

tem-se que:

$$\frac{B_k}{\hat{\lambda}} = \frac{dO}{dPg_i^M(Qg_i)} * \frac{dPg_i^M(Qg_i)}{dQg_k} = \frac{dO}{dQg_k} \quad (4.7)$$

O termo à direita da equação (4.7) representa a variação do custo de oportunidade com respeito à variação na injeção de potência reativa. Portanto,  $\frac{B_k}{\hat{\lambda}}$  representa o incremento no custo de oportunidade para um incremento em  $Qg_k$ . Deve-se observar que  $\frac{B_k}{\hat{\lambda}}$  é nulo caso a geração de potência ativa na barra  $k$  não tenha atingido o limite máximo estipulado pela curva de capacidade do gerador, ou seja, o fornecimento de reativos pelo gerador  $k$  não afeta sua geração de potência ativa.

No caso das barras de carga, o  $ML \frac{B_k}{\lambda}$  indica o incremento no custo de oportunidade associado a um incremento na carga reativa da barra  $k$ .

Devido aos seus significados, os multiplicadores de Lagrange associados às equações de balanço de potência ativa e reativa podem ser usados como base de mecanismos de compensação financeira aos geradores pelo provimento de potência ativa e reativa.

A interpretação dos demais multiplicadores associados aos limites mínimos e máximos nas variáveis  $V, \delta, b, t$  vem diretamente da teoria de otimização não linear (BERTSEKAS, 1999). Portanto, cada multiplicador indica a sensibilidade do custo de oportunidade a variações no limite associado. Analisando esses multiplicadores é possível entender melhor quais limites têm maior influência no custo de oportunidade total dos geradores do sistema.

#### 4.3 CONCLUSÕES

Neste Capítulo foi apresentado um estudo sobre o significado dos multiplicadores de Lagrange obtidos na solução do problema FPO.

No próximo Capítulo serão apresentados estudos de casos e resultados das simulações do problema.

## 5 SIMULAÇÕES E RESULTADOS OBTIDOS

### 5.1 INTRODUÇÃO

Neste Capítulo são apresentados os resultados de simulações do programa proposto e detalhado nos capítulos anteriores.

Foram feitas diversas simulações, buscando cenários diferentes que pudessem proporcionar o entendimento de como funciona o algoritmo. Após estas simulações foi possível agrupar, resumir e então apresentar os resultados.

Primeiramente foi verificado o comportamento do algoritmo através de problemas menores, utilizando modelos de 2 e de 5 barras. Posteriormente foram feitas simulações para os sistemas de 30 e 118 barras do IEEE.

### 5.2 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Salvo quando afirmado o contrário, os valores das variáveis apresentadas na Tabela 5.1 são mantidos fixos em todas as simulações realizadas.

Tabela 5.1 – Variáveis que não sofrem alterações

<i>Barra</i>	$V_i^{max}$ (pu)	$V_i^{min}$ (pu)	$Pg_i^{min}$ (pu)
1	1,05	0,95	0

A seguir são apresentados os dados dos geradores e cargas dos sistemas de 2 e 5 barras.

### 5.2.1 Sistema de 2 barras

A Figura 5.1 mostra a representação do sistema de 2 barras.



Figura 5-1 – Diagrama do sistema de 2 barras.

Os dados deste sistema estão na Tabela 5.2.

Tabela 5.2 – Dados do sistema de 2 barras

<i>Gerador</i>	$Sg_i$ (pu)	$Xs$ (pu)	$FP$ <i>nom</i>	$Qg_i^{max}$ (pu)	$Qg_i^{min}$ (pu)	$Pd$ (pu)	$Qd$ (pu)
1	2,5	0,75	0,9	1,97	-1,33	0	0
2	1,7	1,10	0,9	1,34	-0,90	2,20	1,10



### 5.2.2 Dados do sistema de 5 barras

A Figura 5.2 mostra a representação do sistema de 5 barras.

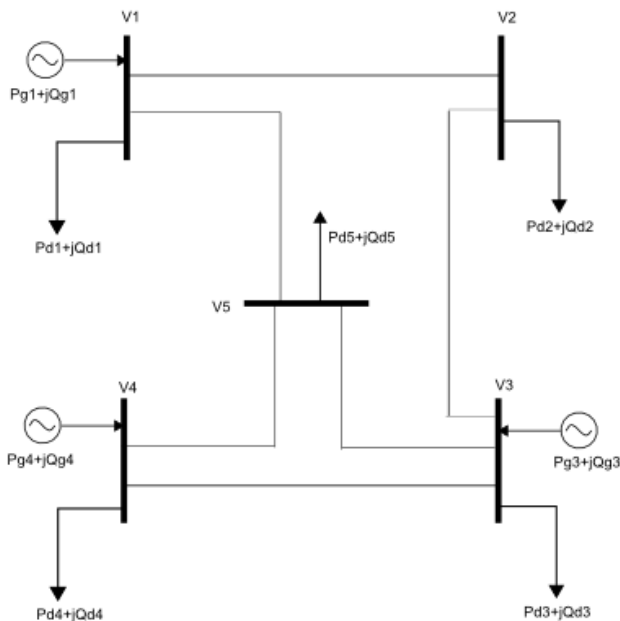


Figura 5-2 – Diagrama do sistema de 5 barras.

Os dados deste sistema estão na Tabela 5.3.

Tabela 5.3 – Dados do sistema de 5 barras

Gerador	$Sg_i$ (pu)	$Xs$ (pu)	FP nom	$Qg_i^{max}$ (pu)	$Qg_i^{min}$ (pu)	$Pd$ (pu)	$Qd$ (pu)
1	3	0,60	0,9	2,35	-1,67	0,65	0,30
2	-	-	-	-	-	1,15	0,60
3	2	0,70	0,9	1,49	-1,43	0,75	0,41
4	2	0,70	0,9	1,49	-1,43	0,70	0,30
5	-	-	-	-	-	0,85	0,40

### 5.3 SIMULAÇÕES

Diversas simulações foram realizadas com os sistemas de 2 e 5 barras. Através destes sistemas menores foi possível analisar a influência da potência especificada pelo Operador do Sistema -  $Pg_i^{esp}$  e ainda verificar como os geradores se comportam frente a diferentes opções de oferta, ou seja, se alteram seu comportamento quando o valor do coeficiente quadrático da oferta estiver fixo ou for livre.

Uma vez analisada a influência destes dois parâmetros na solução ótima do problema, foram feitas simulações para sistemas maiores. É importante ressaltar que os resultados das simulações não dependem apenas do valor arbitrado para  $Pg_i^{esp}$  e para os limites mínimo e máximo dos coeficientes quadráticos das ofertas dos geradores,  $\alpha_i^{min}$  e  $\alpha_i^{max}$ . Além destes, outros parâmetros também podem influenciar os resultados obtidos, porém não serão mencionados já que os valores arbitrados para esses parâmetros serão mantidos fixos em todas as simulações.

Ainda serão apresentados os resultados do sistema de 30 e 118 barras, sendo que também foram avaliadas as influências de considerar os limites de transmissão das linhas no sistema de 30 barras. E por último foi analisado e apresentado o desempenho computacional do algoritmo implementado.

Para os exemplos de 2 e 5 barras, os pontos de partida do algoritmo foram definidos como os valores intermediários entre os limites mínimos e máximos das variáveis. Para os casos IEEE-30 e IEEE-118, os pontos de partida foram os resultados obtidos através de um programa de fluxo de carga.

#### 5.3.1 A influência do $Pg_i^{esp}$

Para verificar de que forma  $Pg_i^{esp}$  influencia a solução ótima, foram feitas simulações arbitrando-se diferentes valores para  $Pg_i^{esp}$ , enquanto os valores dos coeficientes quadrático,  $\alpha_i^{min}$  e  $\alpha_i^{max}$ , foram mantidos fixos.

##### 5.3.1.1 Resultados – sistema de 2 barras

Os valores dos limites das ofertas e as potências especificadas dos geradores são os apresentados na Tabela 5.4.

Tabela 5.4 – Valores dos coeficientes  $\alpha$  e  $Pg_i^{esp}$ 

<i>Caso</i>	<i>Gerador</i>	$\alpha_i^{min}$ (\$/pu <sup>2</sup> h)	$\alpha_i^{max}$ (\$/pu <sup>2</sup> h)	$Pg_i^{esp}$ (pu)
1	1	40	40	1,20
	2	40	40	1,00
2	1	40	40	0,65
	2	40	40	1,55

Diversas simulações com os mesmos valores de  $\alpha_i^{min}$  e  $\alpha_i^{max}$  mas diferentes valores de  $Pg_i^{esp}$  foram realizadas com o sistema de 2 barras. Foram selecionados dois casos, apresentados na Tabela 5.5, para analisar a influência do  $Pg_i^{esp}$  nas soluções ótimas.

Tabela 5.5 – Resultados da simulação do sistema de 2 barras

<i>Caso</i>	<i>Barra</i>	$V$ (pu)	$\delta$ (rad)	$Pg_i$ (pu)	$Qg_i$ (pu)	$Pg_i^{max}$ (pu)	$Pg_i^0$ (pu)	$\delta^0$ (rad)
1	1	1,0249	0	1,2144	0,0116	2,2500	1,2144	0
	2	0,9756	-0,2397	1,0151	0,8829	1,3441	1,0151	-0,2448
2	1	1,0500	0	0,6940	0,2217	2,2499	0,6542	0
	2	0,9500	-0,1295	1,5192	0,5093	1,5192	1,5543	-0,1317

Tabela 5.5 – Continuação

<i>Caso</i>	<i>Barra</i>	$\alpha_i$ (\$/pu <sup>2</sup> h)	$\lambda_i^0$ (\$/pu)	$A_i/\hat{\lambda}$ (\$/pu)	$B_i/\hat{\lambda}$ ( \$/pu)
1	1	40	-0,5755	0,6869 e-8	0
	2	40	-0,6049	0,7040 e-8	0
2	1	40	-0,1691	-0,0027	0
	2	40	-0,1737	-0,0029	-0,5392 e-3

Tabela 5.5 – Continuação

<i>Caso</i>	<i>Barra</i>	$D_i$ desvio quadrático ponderado (pu)
1	1	0
	2	0
2	1	0,3170 e-3
	2	0,3635 e-3

Através dos resultados apresentados acima é possível analisar o comportamento dos geradores e verificar a influência da especificação da potência, pelo Operador do Sistema, nos resultados obtidos.

No sistema de 2 barras há gerador nas duas barras, porém apenas na barra 2 há carga. Como o gerador da barra 1 está distante da carga, para suprir a carga ele precisará também suprir as perdas da linha de transmissão. Assim, sempre que o gerador 1 fornece mais que o gerador 2, as perdas de transmissão são maiores. O valor das perdas de transmissão é a diferença entre o somatório da geração de potência ativa dos dois geradores e a carga do sistema.

A minimização do problema do nível inferior se dá com o perfil de tensão fixo em 1 pu, como explicado no Capítulo 2. Na minimização do nível superior as tensões se alteram, ficando dentro dos limites do sistema. Mesmo com a alteração do perfil das tensões, a potência  $Pg_i$  gerada pelos geradores no caso 1 é igual  $Pg_i^{esp}$ , fazendo com que os desvios quadráticos deste caso sejam iguais a zero.

No caso 2, o valor de  $Pg_2^0$  é diferente de  $Pg_2^{esp}$  porque o gerador 2 atingiu seu limite da curva de Capabilidade quando precisou prover reativos para o sistema. Como este gerador ficou limitado pela sua curva de Capabilidade, o valor de  $Pg_2$  é menor que o valor de  $Pg_2^0$ . Para suprir a carga do sistema o gerador 1 precisou aumentar sua produção, e então  $Pg_1$  é maior que  $Pg_1^0$ . Assim, o desvio quadrático entre as potências geradas  $Pg_i$  e  $Pg_i^0$  é diferente de zero.

Ainda no caso 2, pode-se observar que o valor de  $B_2$  é diferente de zero, e isso ocorre porque o gerador 2 atingiu seu limite máximo estipulado pela sua curva de Capabilidade, ou seja,  $Pg_2 = Pg_2^{max}$ . Isso significa que o fornecimento de reativos está afetando a geração de potência ativa desse gerador. Portanto, através deste caso pode-se verificar que  $B_i$  é, de fato, o fator de sensibilidade indicado no Capítulo 4.

### 5.3.1.2 Resultados – sistema de 5 barras

Os valores dos limites das ofertas e as potências especificadas dos geradores são os apresentados na Tabela 5.6.

Tabela 5.6 – Valores dos coeficientes  $\alpha$

<i>Caso</i>	<i>Barra</i>	<i>Gerador</i>	$\alpha_i^{min}$ (\$/pu <sup>2</sup> h)	$\alpha_i^{max}$ (\$/pu <sup>2</sup> h)	$Pg_i^{esp}$ (pu)
1	1	1	25	25	1,3667
	3	2	25	25	1,3667
	4	3	25	25	1,3667

Diversas simulações com os mesmos valores de  $\alpha_i^{min}$  e  $\alpha_i^{max}$  mas diferentes valores de  $Pg_i^{esp}$  foram realizadas com o sistema de 5 barras. Foram selecionados dois casos, apresentados na Tabela 5.7, para analisar a influência do  $Pg_i^{esp}$  nas soluções ótimas.

Tabela 5.7 – Resultados da simulação do sistema de 5 barras

<i>Caso</i>	<i>Barra</i>	<i>V</i> (pu)	$\delta$ (rad)	<i>Pg<sub>i</sub></i> (pu)	<i>Qg<sub>i</sub></i> (pu)	$Pg_i^{max}$ (pu)	$Pg_i^0$ (pu)	$\delta^0$ (rad)
1	1	1,0500	0	1,3849	0,8264	2,6989	1,3826	0
	2	0,9844	-0,0673	0	0	0	0	-0,0861
	3	1,0500	0,0052	1,3841	0,9901	1,6196	1,3826	0,0050
	4	1,0500	0,0807	1,3834	0,3010	1,7992	1,3820	0,0866
	5	1,0133	-0,0219	0	0	0	0	-0,0327

Tabela 5.7 – Continuação

<i>Caso</i>	<i>Barra</i>	$\alpha_i$ (\$/pu <sup>2</sup> h)	$\lambda_i^0$ (\$/pu)	$A_i/\hat{\lambda}$ (\$/pu)	$B_i/\hat{\lambda}$ ( \$/pu)
1	1	25	-0,3992	-0,2968 e-3	0
	2	0	-0,4166	-0,3094 e-3	0
	3	25	-0,3982	-0,2960 e-3	0
	4	25	-0,3822	-0,2848 e-3	0
	5	0	-0,4057	-0,3012 e-3	0

Tabela 5.7 – Continuação

<i>Caso</i>	<i>Barra</i>	$D_i$ <i>desvio quadrático ponderado (pu)</i>
1	1	0,8294 e-6
	3	0,5526 e-6
	4	0,5555 e-6

No sistema de 5 barras há apenas 3 geradores. Assim, os geradores que suprem outras cargas além das cargas das barras onde estão conectados também precisam suprir as perdas nas linhas de transmissão.

Como o valor da oferta  $\alpha_i$  é fixado, a minimização do nível inferior é definida apenas pela diferença entre o valor especificado,  $Pg_i^{esp}$ , e o valor gerado,  $Pg_i^0$ . Como o valor de  $Pg_i^{esp}$  é igual para os três geradores, o valor da potência gerada,  $Pg_i^0$ , é praticamente igual para todos os geradores, sendo a pequena diferença referente às perdas supridas por cada gerador.

Observa-se que as tensões nas barras têm valores diferentes de 1,0 pu. Mesmo assim a potência  $Pg_i$  gerada pelos geradores é praticamente igual a  $Pg_i^0$ , fazendo com que os desvios quadráticos sejam praticamente iguais a zero.

### 5.3.1.3 Considerações

A minimização do nível inferior depende da oferta dos geradores ( $\alpha_i$ ) e da diferença entre o valor especificado,  $Pg_i^{esp}$ , e o valor gerado,  $Pg_i^0$ , conforme descrito na equação (2.3). Como as ofertas dos geradores foram fixadas em todos os casos apresentados neste subitem, essa minimização passou a depender apenas da diferença entre o valor especificado,  $Pg_i^{esp}$ , e o valor gerado,  $Pg_i^0$ . Assim, a influência de  $Pg_i^{esp}$  na solução ótima do problema pôde ser verificada em todos os casos, onde o valor da potência gerada,  $Pg_i^0$ , é igual, ou praticamente igual ao especificado para os geradores (sendo o valor de  $Pg_i^{esp}$  elevado ou baixo).

A geração de reativos pode limitar a geração de potência ativa do gerador. Isto ocorreu no caso 2 do sistema de 2 barras, onde o gerador da barra 2 reduziu sua geração de potência ativa pelo fato de precisar prover reativos e então ficar limitado pela sua curva de Capabilidade.

Apesar de minimizar o desvio quadrático entre as potências  $Pg_i$  e  $Pg_i^0$  deste gerador, pode-se considerar que ele teve redução na sua receita, sofrendo custo de oportunidade causado pela geração de reativos para o sistema.

Por último, como discutido no Capítulo 4, as equações (4.3) e (4.7) são iguais a zero sempre que os geradores não atingem, respectivamente, seus limites de geração de potência ativa e reativa.

### 5.3.2 Comportamento dos geradores frente a diferentes ofertas

Durante as diversas simulações realizadas, foi possível verificar que os limites arbitrados para as ofertas dos geradores afetam os resultados obtidos.

De forma a facilitar a compreensão dos resultados, para este estudo foi fixado o valor de  $Pg_i^{esp}$ . Assim, apenas a variação das ofertas influencia os resultados. O estudo foi realizado para o sistema de 2 barras.

#### 5.3.2.1 Resultados – sistema de 2 barras

Os valores dos limites das ofertas e as potências especificadas dos geradores são os apresentados na Tabela 5.8.

Tabela 5.8 – Valores dos coeficientes  $\alpha$  e  $Pg_i^{esp}$

<i>Caso</i>	<i>Gerador</i>	$\alpha_i^{min}$ (\$/pu <sup>2</sup> h)	$\alpha_i^{max}$ (\$/pu <sup>2</sup> h)	$Pg_i^{esp}$ (pu)
1	1	5	20	1,10
	2	5	20	1,10
2	1	5	10	1,10
	2	20	40	1,10
3	1	20	40	1,10
	2	5	10	1,10

Diversas simulações, com diferentes ofertas e valores especificados para a potência, foram realizadas com este sistema. Foram selecionados três casos cujos resultados, apresentados na Tabela 5.9, possibilitam analisar o comportamento dos geradores frente a diferentes ofertas.

Tabela 5.9 – Resultados da simulação do sistema de 2 barras

Caso	Barra	$V$ (pu)	$\delta$ (rad)	$Pg_i$ (pu)	$Qg_i$ (pu)	$Pg_i^{max}$ (pu)	$Pg_i^0$ (pu)	$\delta^0$ (rad)
1	1	1,0258	0	1,1119	-0,0085	2,2500	1,1119	0
	2	0,9777	-0,2184	1,1129	0,8537	1,3749	1,1129	-0,2240
2	1	1,0257	0	1,1119	-0,0069	2,2500	1,1119	0
	2	0,9775	-0,2200	1,1052	0,8559	1,3727	1,1052	-0,2256
3	1	1,0259	0	1,1047	-0,0098	2,2500	1,1047	0
	2	0,9779	-0,2169	1,1197	0,8517	1,3768	1,1197	-0,2225

Tabela 5.9 – Continuação

Caso	Barra	$\alpha_i$ (\$/pu <sup>2</sup> h)	$\lambda_i^0$ (\$/pu)	$A_i/\hat{\lambda}$ (\$/pu)	$B_i/\hat{\lambda}$ (\$/pu)
1	1	12,3730	-0,1469	-0,1629 e-8	0
	2	11,9570	-0,1537	-0,1874 e-8	0
2	1	7,1739	-0,1427	-0,7930 e-9	0
	2	28,7885	-0,1494	-0,9996 e-9	0
3	1	30,0719	-0,1418	-0,2406 e-8	0
	2	7,5308	-0,1483	-0,2685 e-8	0

Tabela 5.9 – Continuação

Caso	Barra	$D_i$ desvio quadrático ponderado (pu)
1	1	0
	2	0
2	1	0
	2	0
3	1	0
	2	0

### 5.3.2.2 Considerações

Nos três casos apresentados, o valor  $Pg_i^{esp}$  é fixado no mesmo valor para os dois geradores. Assim, pode-se considerar que não há influência da potência especificada pelo Operador do Sistema nos resultados obtidos. O valor de  $\alpha_i$  ficou livre, o que significa que os dois geradores podem fazer ofertas diferentes. Sendo assim, a minimização



do nível inferior é definida pela oferta dos geradores, conforme descrito na equação (2.3).

No caso 2, o gerador 1 fez uma oferta menor, enquanto que no caso 3, este gerador foi suposto mais caro, ou seja, apresentou uma oferta mais alta. Isto foi feito através da definição dos valores mínimos e máximos das ofertas, e permite a análise da influência da variação do coeficiente quadrático das ofertas dos geradores na solução ótima do problema.

Para a solução do nível inferior, espera-se que o gerador que apresentar a melhor oferta, ou seja, o menor valor de  $\alpha_i$ , vai gerar a maior potência  $Pg_i^0$ , já que este gerador aceita desviar mais sua geração em relação à potência especificada. Isto pode ser verificado nos 3 casos apresentados, inclusive no caso 1, onde a diferença entre as ofertas ótimas é muito pequena.

Em todos os casos apresentados, o valor dos desvios quadráticos entre  $Pg_i$  e  $Pg_i^0$  é zero. Isto significa que, neste sistema, mesmo quando precisam prover reativos para o sistema, os geradores são capazes de manter a mesma geração quando as tensões se desviam de 1,0 pu. Assim, pode-se entender que os geradores não tiveram custo de oportunidade causado pela geração de reativos, inclusive porque nenhum gerador atingiu seu limite na curva de Capabilidade.

É possível ainda concluir que, para estes dois sistemas pequenos e sem problemas de reativos, quando não forem considerados os limites de transmissão das linhas e se nenhum gerador atingir seu limite superior na curva de Capabilidade, os desvios quadráticos serão zero ou muito próximo disto, e a geração de todos os geradores será muito próxima ao especificado pelo Operador do Sistema.

### 5.3.3 Sistema de 30 barras - com a influência do $Pg_i^{esp}$ e das ofertas dos geradores

Outras simulações, com sistemas de 6, 14 e 30 barras, foram realizadas. No entanto, o sistema de 30 barras do IEEE foi escolhido para ter seus resultados apresentados devido suas características e por ser fácil a compreensão dos resultados gerados.

Neste caso, será possível analisar a influência tanto do valor da potência especificada quanto das ofertas dos geradores, já que estes parâmetros não foram fixados como nos casos anteriores.

### 5.3.3.1 Dados do sistema de 30 barras

Os dados do sistema de 30 barras estão no Anexo A.

### 5.3.3.2 Resultados – sistema de 30 barras

Diversas conclusões foram verificadas nos casos apresentados acima. Agora, serão apresentados os resultados obtidos para um sistema de 30 barras, e o esperado é que o comportamento seja o mesmo observado nos casos anteriores.

Os valores dos limites das ofertas e as potências especificadas dos geradores são os apresentados na Tabela 5.10. Os resultados são apresentados na Tabela 5.11.

Tabela 5.10 – Valores dos coeficientes  $\alpha$

<i>Caso</i>	<i>Gerador</i>	$\alpha_i^{min}$ (\$/pu <sup>2</sup> h)	$\alpha_i^{max}$ (\$/pu <sup>2</sup> h)	$Pg_i^{esp}$ (pu)
1	1	5	10	1,00
	2	10	20	0,90
	5	15	30	0,80
	8	15	30	0,80
	11	15	30	0,80
	13	15	30	0,80

Tabela 5.11 – Resultados da simulação do sistema de 30 barras

<i>Caso</i>	<i>Barra</i>	$V$ (pu)	$\delta$ (rad)	$Pg_i$ (pu)	$Qg_i$ (pu)	$Pg_i^{max}$ (pu)	$Pg_i^0$ (pu)	$\delta^0$ (rad)
1	1	1,0373	0	1,0390	-0,3941	1,8000	1,0390	0
	2	1,0482	-0,0437	0,9148	1,0046	1,3239	0,9148	-0,0429
	5	1,0119	-0,1710	0,8176	0,8427	0,9088	0,8176	-0,1850
	8	1,0168	-0,0783	0,8167	0,8623	0,8701	0,8167	-0,0904
	11	1,0454	0,1015	0,8139	0,1517	1,2598	0,8139	0,0962
	13	1,0463	0,0215	0,8134	0,1804	1,2598	0,8134	0,0151

Tabela 5.11 – Continuação

<i>Caso</i>	<i>Barra</i>	$\alpha_i$ (\$/pu <sup>2</sup> h)	$\lambda_i^0$ (\$/pu)	$A_i/\hat{\lambda}$ (\$/pu)	$B_i/\hat{\lambda}$ ( \$/pu)
1	1	7,0236	-0,2742	0,6231 e-7	0
	2	19,0522	-0,2819	0,6385 e-7	0
	5	17,6861	-0,3051	0,6748 e-7	0
	8	17,6930	-0,2893	0,6370 e-7	0
	11	21,4137	-0,2913	0,6544 e-7	0
	13	21,5586	-0,2819	0,6416 e-7	0

Tabela 5.11 – Continuação

<i>Caso</i>	<i>Barra</i>	$D_i$ <i>desvio quadrático ponderado</i> (pu)
1	1	0
	2	0
	5	0
	8	0
	11	0
	13	0

### 5.3.3.3 Considerações

Os valores mínimos e máximos das ofertas foram definidos de forma a induzir a oferta final dos geradores. Assim, era esperado que o gerador da barra 1 fosse o mais barato. O gerador da barra 1, por apresentar a menor oferta, poderia desviar mais sua geração  $Pg_i^0$  em relação ao  $Pg_i^{esp}$ . Já o gerador da barra 13 apresentou a maior oferta, o que significa que, visando a minimização da função objetivo do nível inferior, deveria desviar o mínimo possível do valor especificado pelo Operador do Sistema. Isto de fato aconteceu, como pode ser observado na Tabela 5.11.

As potências ativas fornecidas pelos geradores quando há também geração de reativos são exatamente iguais àquelas fornecidas se as tensões são 1,0 pu, e também são muito próximas às potências especificadas pelo Operador do Sistema.

Observa-se que nenhum dos geradores atingiu seu limite máximo de geração de potência ativa quando forneceu reativos para o sistema e, portanto, as equações (4.3) e (4.7) foram atendidas.

### 5.3.4 Análise dos resultados considerando o limite de transmissão das linhas

Com o objetivo de verificar o comportamento dos geradores quando há limite de transmissão em alguma das linhas do sistema, o mesmo caso do sistema de 30 barras apresentado anteriormente foi executado considerando o limite de transmissão em uma das suas linhas que estavam sobrecarregadas. Os resultados são apresentados a seguir.

#### 5.3.4.1 Resultados – sistema de 30 barras considerando limite de transmissão

Sem considerar o limite de transmissão das linhas, o caso de 30 barras tinha 3 linhas com carregamento superior ao seu limite. O fluxo de potência nessas linhas é apresentado na Tabela 5.12.

Tabela 5.12 – Fluxo de potência nas linhas sobrecarregadas

Caso	Linha da barra	Linha para a barra	$fl_i^{limite}$ (pu)	$fl_i^0$ sem reativos (pu)	$fl_i$ com reativos (pu)
1	6	7	0,3000	0,6384	0,6292
	12	14	0,1200	0,1462	0,1514
	10	21	0,2800	0,3054	0,2998

Para analisar o comportamento dos geradores, passou-se a considerar o limite de transmissão da linha conectada entre a barra 12 e 14. Isto alterou significativamente os resultados obtidos, como pode ser verificado na Tabela 5.13.

Tabela 5.13 – Resultados do sistema de 30 barras – com limite de transmissão

Caso	Barra	$V$ (pu)	$\delta$ (rad)	$Pg_i$ (pu)	$Qg_i$ (pu)	$Pg_i^{max}$ (pu)	$Pg_i^0$ (pu)	$\delta^0$ (rad)
1	1	1,0500	0	1,1961	-0,1179	1,8000	1,0277	0
	2	1,0454	-0,0416	1,0117	0,5789	1,6172	0,9248	-0,0413
	5	1,0154	-0,1694	0,8699	0,8571	0,8805	0,8380	-0,1792
	8	1,0196	-0,0860	0,8794	0,8577	0,8794	0,8603	-0,0833
	11	1,0500	0,2005	1,2593	0,3005	1,2593	1,2598	0,2326
	13	1,0500	-0,2085	0	0,4070	1,2573	0,2973	-0,1212

Tabela 5.13 – Continuação

<i>Caso</i>	<i>Barra</i>	$\alpha_i$ (\$/pu <sup>2</sup> h)	$\lambda_i^0$ (\$/pu)	$A_i/\hat{\lambda}$ (\$/pu)	$B_i/\hat{\lambda}$ (\$/pu)
1	1	10	-0,2775	-0,4335 e-3	0
	2	20	-0,4969	-0,4450 e-3	0
	5	30	-1,1298	-0,4744 e-3	0
	8	30	-1,8013	-0,4569 e-3	-0,3044 e-3
	11	15	-6,8932	-0,4505 e-3	-0,2312 e-3
	13	30	15,0903	-0,4670 e-3	0

Tabela 5.13 – Continuação

<i>Caso</i>	<i>Barra</i>	$D_i$ <i>desvio quadrático ponderado</i> (pu)
1	1	0,0071
	2	0,0021
	5	0,0004
	8	0,0001
	11	1,2191 e-7
	13	0,0316

Na Tabela 5.14 são apresentados os valores de  $\lambda_i^0$  para todas as barras do sistema.

Tabela 5.14 – Valores de  $\lambda_i^0$  nas barras do sistema

<i>Caso</i>	<i>Barra</i>	$\lambda_i^0$ (\$/pu)	<i>Barra</i>	$\lambda_i^0$ (\$/pu)	<i>Barra</i>	$\lambda_i^0$ (\$/pu)
1	1	-0,2775	11	-6,8932	21	-11,7614
	2	-0,4969	12	15,0903	22	-12,3417
	3	0,3661	13	15,0903	23	-38,0484
	4	0,5090	14	-267,4686	24	-21,5054
	5	-1,1298	15	-49,8549	25	-14,1814
	6	-1,6584	16	4,4499	26	-14,8640
	7	-1,4680	17	-5,5336	27	-9,4579
	8	-1,8013	18	-36,4750	28	-2,5725
	9	-6,8932	19	-28,1642	29	-10,0809
	10	-9,6724	20	-23,4016	30	-10,5075

Na Tabela 5.15 são apresentados os fluxos de potência com a consideração do limite de transmissão.

Tabela 5.15 – Fluxo de potência nas linhas sobrecarregadas

<i>Caso</i>	<i>Linha da barra</i>	<i>Linha para a barra</i>	$fl_i^{max}$ <i>limite (pu)</i>	$fl_i^0$ <i>sem reativos (pu)</i>	$fl_i$ <i>com reativos (pu)</i>
1	12	14	0,1200	0,1200	0,1076

#### 5.3.4.2 Considerações

Ao considerar o limite de transmissão entre as barras 12 e 14, os resultados obtidos foram completamente diferentes dos resultados obtidos para o mesmo caso, sob as mesmas condições.

Primeiramente deve-se observar que essa linha estava sobrecarregada tanto para o caso em que gerava reativos e considerava o balanço de potência reativa do sistema ( $fl_i > fl_i^{max}$ ) como quando tal balanço era desconsiderado e as tensões eram fixadas em 1,0 pu ( $fl_i^0 > fl_i^{max}$ ).

Com a consideração do limite de transmissão houve alteração das ofertas dos geradores e os geradores passaram então a aceitar desvios diferentes entre as potências gerada e especificada do que aceitavam no caso anterior, quando não havia limite de transmissão. Assim, mesmo sem ter alterado o valor de  $Pg_i^{esp}$ , houve alteração do valor de  $Pg_i^0$ .

Houve também alteração no montante de reativos e, consequentemente, das tensões das barras.

O maior impacto verificado é nos valores de  $Pg_i$ . Limitar a transmissão entre as barras 12 e 14 fez com que o gerador da barra 13 não gerasse nada para o sistema, forçando os outros geradores a assumirem a carga. Assim, os geradores das barras 8 e 11 aumentaram sua geração, atingindo sua capacidade de geração determinada por sua curva de Capabilidade. Pode-se considerar que estes geradores sofreram custo de oportunidade por prover reativos para o sistema, pois poderiam gerar mais potência ativa se não tivessem reduzido sua capacidade de geração. Os demais geradores suprimiram a potência ativa para atender as cargas e as perdas.

Este grande impacto nos valores de  $Pg_i$  causou desvios quadráticos maiores que os encontrados em todos os outros casos apresentados anteriormente. Assim é possível concluir que, neste modelo de problema, a consideração do limite das linhas de transmissão

pode alterar significativamente os desvios entre  $Pg_i^{esp}$  e  $Pg_i^0$  e entre  $Pg_i^0$  e  $Pg_i$ , fazendo com que os geradores atinjam seus limites de geração, mesmo que o Operador do Sistema tenha especificado valores inferiores a esses limites.

Outro fator importante ligado à consideração do limite de transmissão é os valores de  $\lambda_i^0$ , que se tornaram positivos em algumas barras do sistema, como pode ser verificado na Tabela 5.14.

Abaixo são mostrados, nas Figuras 5.3 e 5.4, os gráficos com os perfis da tensão do sistema IEEE 30 nos casos sem e com a consideração dos limites de transmissão.

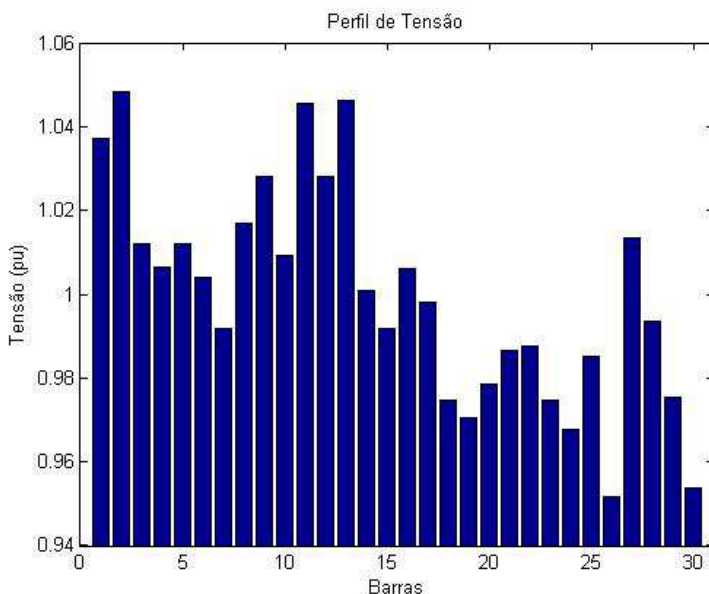


Figura 5.3 – Perfil de tensão sistema IEEE 30 – sem limite de transmissão.

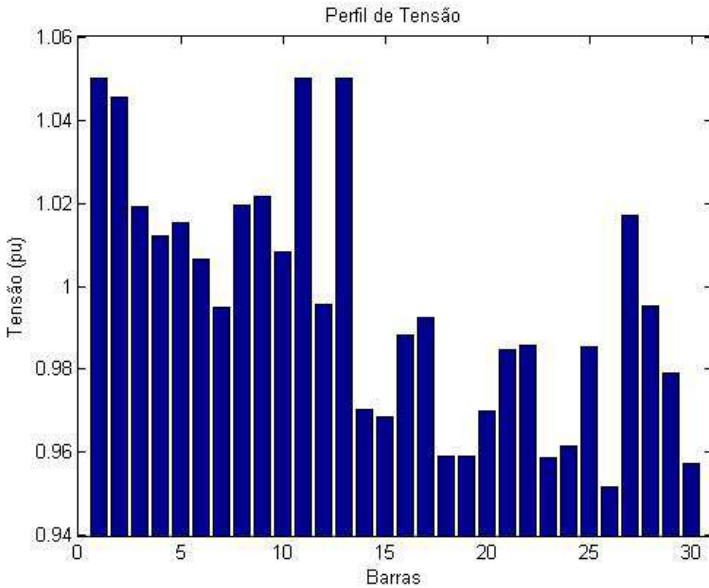


Figura 5.4 – Perfil de tensão sistema IEEE 30 – com limite de transmissão.

A consideração do limite de transmissão na linha entre as barras 12 e 14 alterou significativamente o fluxo de potência entre todas as linhas do sistema. Com isso a tensão em todas as barras sofreram alterações, sendo as alterações nas barras 12, 14 e 15 as mais significativas (variação de aproximadamente 0,03 pu para menos quando considerado o limite de transmissão).

### 5.3.5 Sistema de 118 barras - com a influência do $Pg_i^{esp}$ e das ofertas dos geradores

A seguir serão apresentados os resultados das simulações do caso de 118 barras do IEEE.

#### 5.3.5.1 Dados do sistema de 118 barras

Os dados do sistema de 118 barras estão no Anexo B.



## 5.3.5.2 Resultados – sistema de 118 barras

Os valores dos limites das ofertas e as potências especificadas dos geradores são os apresentados na Tabela 5.16. Os resultados são apresentados na Tabela 5.17.

Tabela 5.16 – Valores dos coeficientes  $\alpha$ 

Gerador	$\alpha_i^{min}$ (\$/pu <sup>2</sup> h)	$\alpha_i^{max}$ (\$/pu <sup>2</sup> h)	$Pg_i^{esp}$ (pu)	Gerador	$\alpha_i^{min}$ (\$/pu <sup>2</sup> h)	$\alpha_i^{max}$ (\$/pu <sup>2</sup> h)	$Pg_i^{esp}$ (pu)
1	25,54	30,65	1,0909	61	30,92	37,10	0,6545
4	15,72	18,86	1,3152	62	40,32	48,38	0,6545
6	39,12	46,94	0,6545	65	20,82	24,98	1,3091
8	13,60	16,32	1,3152	66	14,59	17,50	1,9636
10	9,19	11,03	1,2121	69	7,97	9,56	4,1579
12	38,64	46,37	0,6545	70	24,08	28,90	0,4364
15	24,08	28,90	0,4364	72	24,08	28,90	0,4364
18	24,08	28,90	0,4364	73	24,08	28,90	0,4364
19	24,92	29,90	0,6545	74	38,64	46,37	0,6545
24	24,08	28,90	0,4364	76	38,64	46,37	0,6545
25	15,68	18,82	1,3152	77	24,08	28,90	0,4364
26	14,00	16,80	1,9636	80	15,37	18,45	1,9697
27	24,08	28,90	0,4364	85	30,92	37,10	0,6545
31	24,08	28,90	0,4364	87	38,64	46,37	0,6545
32	24,08	28,90	0,4364	89	14,35	17,22	1,3636
34	24,92	29,90	0,6545	90	15,72	18,86	1,3152
36	41,32	49,58	0,6545	91	24,08	28,90	0,4364
40	24,08	28,90	0,4364	92	24,92	29,90	0,6545
42	24,92	29,90	0,6545	99	24,08	28,90	0,4364
46	24,08	28,90	0,4364	100	9,24	11,09	1,2121
49	13,60	16,32	1,3152	103	9,20	11,04	1,2121
54	24,08	28,90	0,4364	104	24,92	29,90	0,6545
55	38,64	46,37	0,6545	105	24,92	29,90	0,6545
56	24,08	28,90	0,4364	107	30,92	37,10	0,6545
59	30,92	37,10	0,6545	-	-	-	-

Tabela 5.17 – Resultados da simulação do sistema de 118 barras

Barra	$Pg_i$ (pu)	$Qg_i$ (pu)	$Pg_i^{max}$ (pu)	$Pg_i^0$ (pu)	$\delta^0$ (rad)
1	0,0000	0,2937	1,6199	1,0895	0,1692
4	1,9530	-0,8077	1,9530	1,3130	0,1816
6	0,0000	0,0391	0,9718	0,6536	0,1572
8	1,0999	-1,1363	1,1021	1,3126	0,2026
10	1,8000	-0,7797	1,8000	1,2083	0,2786
12	0,5465	0,2805	0,9689	0,6536	0,1341
15	0,6476	-0,1464	0,6476	0,4349	0,0809
18	0,6476	-0,1447	0,6476	0,4349	0,0887
19	0,5481	0,4296	0,9463	0,6530	0,0833
24	0,0000	-0,0725	0,6475	0,4349	0,1614
25	1,1009	0,0004	1,9530	1,3130	0,2500
26	2,9160	-0,7514	2,9160	1,9611	0,2664
27	0,0000	0,2923	0,6138	0,4349	0,1231
31	0,6475	-0,1311	0,6475	0,4349	0,1047
32	0,3643	0,2873	0,6161	0,4349	0,1179
34	0,0000	0,2170	0,9707	0,6530	0,0351
36	0,0000	0,2308	0,9705	0,6536	0,0371
40	0,6474	-0,0877	0,6474	0,4348	-0,0669
42	0,9717	0,0723	0,9717	0,6529	-0,1097
46	0,3672	0,1251	0,6441	0,4348	-0,1068
49	1,1102	0,8891	1,9319	1,3123	-0,1132
54	0,6474	-0,0809	0,6474	0,4347	-0,2206
55	0,9716	0,1144	0,9716	0,6534	-0,2187
56	0,6474	-0,0820	0,6474	0,4347	-0,2201
59	0,9717	-0,0187	0,9717	0,6532	-0,1988
61	0,0000	0,7986	0,0639	0,6532	-0,1241
62	0,0000	0,4493	0,9381	0,6535	-0,1212
65	1,1049	-0,6791	1,9440	1,3073	-0,0369
66	2,9160	-0,3162	2,9160	1,9610	-0,0533
69	3,9060	-0,0974	3,9060	4,1532	0
70	0,3664	0,2954	0,6123	0,4349	0,0240
72	0,0000	-0,0510	0,6472	0,4349	0,1364
73	0,3657	-0,0178	0,6470	0,4349	0,0716
74	0,9717	0,0728	0,9717	0,6535	-0,0215
76	0,9716	0,1218	0,9716	0,6535	-0,0538
77	0,6475	-0,1327	0,6475	0,4348	-0,0529
80	2,9250	0,6411	2,9250	1,9672	-0,0383

85	0,0000	0,2483	0,9700	0,6533	0,0360
87	0,0000	0,0928	0,9717	0,6536	0,2355
89	2,0250	0,1384	2,0250	1,3611	0,0515
90	0,0000	0,4207	1,9530	1,3129	0,0388
91	0,0000	0,0058	0,6468	0,4349	0,0509
92	0,0000	0,4099	0,9532	0,6530	0,0230
99	0,0000	0,0288	0,6465	0,4348	-0,0070
100	0,8529	1,4716	3,5990	1,2081	0,0041
103	4,5000	-0,7299	4,5000	1,2081	0,0142
104	0,4801	0,1849	1,8720	0,6530	0,0067
105	1,8720	0,1607	1,8720	0,6530	-0,0056
107	0,4798	0,0807	1,8720	0,6533	0,0029

Tabela 5.17 – Continuação

<i>Barra</i>	$\alpha_i$ (\$/pu <sup>2</sup> h)	$\lambda_i^0$ (\$/pu)	$A_i/\hat{\lambda}$ (\$/pu)	$D_i$ desvio quadrático ponderado (pu)
1	30,6479	4,2151	-0,0043	0,3297
4	18,8640	4,2061	-0,0041	0,0944
6	46,9438	4,2543	-0,0042	0,1978
8	16,3200	4,2285	-0,0041	0,0104
10	11,0328	4,1773	-0,0041	0,0875
12	46,3678	4,3016	-0,0043	0,0053
15	28,8959	4,3807	-0,0043	0,0314
18	28,8959	4,3549	-0,0042	0,0314
19	29,9039	4,3658	-0,0042	0,0051
24	28,8959	4,2266	-0,0042	0,1314
25	18,8160	4,1291	-0,0040	0,0104
26	16,7976	4,1516	-0,0041	0,1407
27	28,8959	4,3169	-0,0043	0,1313
31	28,8959	4,3442	-0,0042	0,0314
32	28,8959	4,3232	-0,0042	0,0035
34	29,9039	4,4335	-0,0043	0,1974
36	49,5838	4,4276	-0,0043	0,1978
40	28,8959	4,6911	-0,0044	0,0314
42	29,9039	4,7623	-0,0044	0,0471
46	28,8959	4,6863	-0,0044	0,0032
49	16,3200	4,6831	-0,0044	0,0094
54	28,8959	4,9195	-0,0045	0,0314
55	46,3679	4,9088	-0,0045	0,0469
56	28,8959	4,9178	-0,0045	0,0314

59	37,1039	4,7870	-0,0045	0,0470
61	37,1039	4,6659	-0,0044	0,1976
62	48,3838	4,6661	-0,0044	0,1977
65	24,9840	4,5666	-0,0043	0,0095
66	17,5032	4,5634	-0,0043	0,1407
69	9,5640	4,5098	-0,0042	0,0070
70	28,8959	4,4661	-0,0042	0,0033
72	28,8959	4,2525	-0,0042	0,1314
73	28,8959	4,3753	-0,0042	0,0033
74	46,3678	4,5774	-0,0043	0,0469
76	46,3678	4,6513	-0,0043	0,0468
77	28,8959	4,6312	-0,0043	0,0314
80	18,4488	4,5795	-0,0042	0,1411
85	37,1039	4,3662	-0,0044	0,1976
87	46,3678	4,2230	-0,0045	0,1978
89	17,2224	4,3551	-0,0043	0,0980
90	18,8640	4,3806	-0,0045	0,3972
91	28,8959	4,3449	-0,0044	0,1313
92	29,9039	4,4140	-0,0043	0,1974
99	28,8959	4,4983	-0,0041	0,1313
100	11,0880	4,4689	-0,0040	0,0158
103	11,0352	4,4474	-0,0036	1,0837
104	29,9039	4,4531	-0,0037	0,0072
105	29,9039	4,4767	-0,0037	0,3572
107	37,1039	4,4542	-0,0037	0,0072

### 5.3.5.3 Considerações

Assim como nos casos apresentados anteriormente, os valores de  $Pg_i^0$  são muito próximos dos valores de  $Pg_i^{esp}$ . Porém, os valores de  $Pg_i$  são diferentes dos valores de  $Pg_i^0$  e, portanto, os desvios quadráticos são diferentes de zero e apresentam os maiores entre os casos apresentados.

Os valores dos ML  $\frac{B_i}{\lambda}$  não foram inseridos nos resultados desse sistema pois são desprezíveis, sendo 5,3 e-7 o maior valor para os casos em que  $Pg_i$  é igual a  $Pg_i^{max}$ .

O perfil de tensão deste sistema é o mostrado na Figura 5.5. Como pode ser observado, o nível de tensão é maior que 1,0 pu em praticamente todas as barras, com exceção de 6 barras onde o menor nível de tensão é na barra 53 (0,9897 pu).

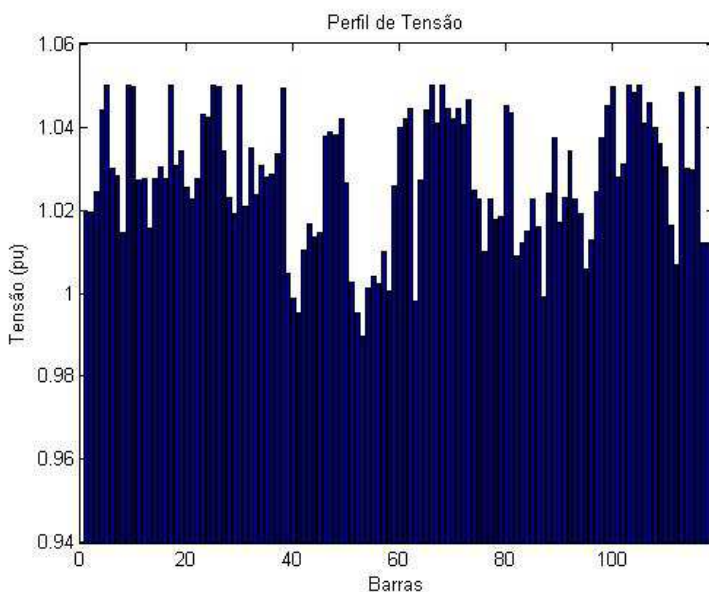


Figura 5.5 – Perfil de tensão sistema IEEE 118.

### 5.3.6 A Compensação dos geradores através do valor $\frac{B_i}{\lambda}$

Se compensados pelo ML  $\frac{B_i}{\lambda}$ , os geradores receberiam o montante mostrado na Tabela 5.18. Os casos apresentados são os casos apresentados nos subitens acima.

Tabela 5.18 – Compensação dos geradores pela geração de reativos

<i>Sistema</i>	<i>Barra</i>	$Pg_i$ (pu)	$Pg_i^0$ (pu)	$B_i/\hat{\lambda}$ (\$/pu)	$D_i$ desvio quadrático ponderado (pu)	$B_i * D_i$ (\$)
Exemplo 2 barras	1	0,6940	0,6542	0	0,3170 e-3	
	2	1,5192	1,5543	-0,54 e-3	0,3635 e-3	0,20 e-6
IEEE 30 barras com limite de transmissão	1	1,1961	1,0277	0	0,0071	
	2	1,0117	0,9248	0	0,0021	
	5	0,8699	0,8380	0	0,0004	
	8	0,8794	0,8603	-0,30 e-3	0,0001	Este não receberia, pois $Pg > Pg^0$
	11	1,2593	1,2598	-0,23 e-3	1,2191 e-7	0,28 e-10
	13	0	0,2973	0	0,0316	

Os valores dos desvios quadráticos ( $D_i$ ) e dos Multiplicadores de Lagrange  $\frac{B_i}{\lambda}$  apresentados na Tabela 5.18 são desprezíveis e, portanto, pode-se considerar que a compensação dos geradores também são.

#### 5.4 DESEMPENHO COMPUTACIONAL

Para avaliar as propriedades de convergência do algoritmo implementado, foram feitas simulações com os sistemas de 2 e 5 barras e com os sistemas de 30 e 118 barras do IEEE.

A tolerância definida para a convergência foi  $1e-5$  e, salvo indicado o contrário, o número máximo de iterações foi fixado em 100. Nos casos em que não houve convergência com 100 iterações, a tabela indica as normas infinitas do erro nas condições de otimalidade obtidas na centésima iteração.

### 5.4.1 Número de iterações

A Tabela 5.19 apresenta o número de iterações para a convergência de cada um dos casos.

Tabela 5.19 – Número de iterações

<i>Sistema</i>	<i>Oferta</i>	<i>Nº</i> <i>iterações</i>	<i>Norma</i> <i>iteração</i> 100
		$\mu = 1$	
2 barras	fixa	17	-
2 barras	variável	17	-
5 barras	fixa	16	-
5 barras	variável	23	-
30 barras	fixa	28	-
30 barras	variável	61	-
30 barras com limite de transmissão	variável	100	7,31 e-5
118 barras	variável	100	1,78 e-4

Há uma diferença considerável entre o número de iterações quando as ofertas de cada gerador são fixas e quando são variáveis. Portanto, é possível observar que a consideração da oferta afeta, na maioria dos casos, a convergência do problema.

Outro fator que altera consideravelmente a convergência e o número de iterações é o tamanho do sistema que está sendo simulado. Os casos menores convergem com menos iterações, enquanto que os casos maiores precisam de mais iterações para atingir a convergência do problema. Além disto, os casos maiores são mais sensíveis tanto em relação aos valores iniciais do parâmetro de barreira  $\mu$ , quanto aos limites das ofertas  $\alpha_i^{min}$  e  $\alpha_i^{max}$ .

A consideração do limite de transmissão das linhas afeta a solução do problema, dificultando sua convergência.

A Tabela 5.19 mostra que o algoritmo primal-dual de pontos interiores encontrou dificuldades para resolver os problemas mais difíceis. Para o caso com limites de transmissão, o erro nas condições de otimalidade ficou abaixo da tolerância na iteração 107; no caso do sistema de 118 barras, isso ocorreu apenas na iteração 215.

Apesar de a convergência ter ocorrido na iteração 107, para o caso de 30 barras com limite de transmissão, e iteração 215 para o caso de 118 barras, os resultados obtidos na iteração 100 são os mesmos

obtidos na convergência. Isso se deve ao fato da definição da tolerância definida para  $e-5$ , o que mostra que a definição de uma tolerância menor poderia melhorar o desempenho do programa, sem trazer impactos para os resultados obtidos.

#### 5.4.2 Variação do parâmetro de barreira $\mu$

A Tabela 5.20 apresenta o número de iterações para cada caso quando foi variado o valor inicial do parâmetro de barreira  $\mu$ . Nenhum dos casos considera o limite de transmissão das linhas. Os resultados com o sistema IEEE de 118 barras foram obtidos relaxando-se o limite máximo de iterações permitido.

Tabela 5.20 – Variação do parâmetro de barreira  $\mu$

Sistema	Oferta	Nº iterações				
		$\mu = 0.1$	$\mu = 0.4$	$\mu = 0.6$	$\mu = 0.9$	$\mu = 1.2$
2 barras	variável	19	17	9	17	17
5 barras	fixa	não converge	17	16	16	16
30 barras	variável	não converge	não converge	não converge	51	33
Sistema	Oferta	Nº iterações				
		$\mu = 0.15$	$\mu = 0.25$	$\mu = 0.35$	$\mu = 0.5$	$\mu = 0.6$
118 barras	variável	236	336	215	460	317

Através das novas simulações verifica-se que os casos de 2 e 5 barras convergem com um número de iterações muito próximo, independente do valor inicial do parâmetro de barreira. O caso de 5 barras é mais sensível que o caso de 2 barras, pois não convergiu para  $\mu = 0.1$ . O caso de 30 barras é muito sensível e não converge para a maioria das simulações, e quando há convergência o número de iterações varia bastante.

A Tabela 5.20 indica que o algoritmo teve um fraco desempenho quando testado no sistema IEEE de 118 barras. Nestes casos, foi observado que, apesar de ter um desempenho razoável nas primeiras iterações, o algoritmo converge muito lentamente quando os erros nas condições de otimalidade se tornam pequenos. Isso pode ser



comprovado pela Tabela 5.19. Observa-se que, apesar de se ter um erro máximo de  $1,78\text{e-}4$  na iteração 100, tal erro ficou menor do que a tolerância somente na iteração 215.

Outro ponto importante é que, para os sistemas com oferta variável, o valor inicial do parâmetro de barreira afeta os resultados obtidos. As ofertas se alteram consideravelmente para o sistema de 30 barras enquanto que para o sistema de 2 barras as ofertas se alteram pouco. Para o caso de 5 barras, como as ofertas são fixas, os resultados obtidos para as funções objetivo são exatamente os mesmos, independente do valor inicial do parâmetro  $\mu$ .

Para o caso de 118 barras do IEEE, mesmo com as ofertas dos geradores livres, as ofertas ótimas são as mesmas em todos os casos simulados, independente do valor inicial do parâmetro  $\mu$ . Ainda para este caso, os resultados obtidos para a função objetivo do nível inferior são os mesmos para todos os casos, o que significa que  $Pg_i^0$  é o mesmo independente do valor inicial do parâmetro  $\mu$ . Isto não é observado na função objetivo do nível superior, o que significa que  $Pg_i$  se altera em cada caso.

A diferença entre os valores das ofertas dos geradores dos sistemas de 2 e 30 barras pode ser verificada na Tabela 5.21. Na Tabela 5.22 são apresentados os resultados obtidos para a função objetivo do nível inferior e do nível superior em cada caso.

Tabela 5.21 – Ofertas dos geradores

Sistema	Gerador	$\mu = 1.0$	$\mu = 0.9$	$\mu = 1.2$
		$\alpha_i (\$/pu^2h)$		
2 barras	1	30,0719	30,0744	30,0423
	2	7,5308	7,5545	7,5163
30 barras s/ limite transm.	1	7,0236	8,2775	7,7383
	2	19,0522	16,0330	14,8585
	5	17,6861	26,6196	21,2623
	8	17,6930	20,6500	17,9403
	11	21,4137	23,5443	21,8512
	13	21,5586	23,3734	21,8957

Tabela 5.22 – Resultados das funções objetivo

Sistema	$\mu = 1.0$	$\mu = 0.9$	$\mu = 1.2$	$\mu = 1.0$	$\mu = 0.9$	$\mu = 1.2$
	Nível superior (pu)			Nível inferior (pu)		
2 barras	0,0000	0,0000	0,0000	0,001795	0,001800	0,001792
5 barras	0,0000	0,0000	0,0000	0,009279	0,009279	0,009279
30 barras s/ limite transm.	0,0000	0,0000	0,0000	0,016257	0,018489	0,016719
118 barras	$\mu=0.15$	$\mu=0.35$	$\mu=0.5$	$\mu=0.15$	$\mu=0.35$	$\mu=0.5$
	Nível superior (pu)			Nível inferior (pu)		
	-0,0022	-0,0025	-0,0031	0,001968	0,001968	0,001968

Os resultados apresentados nas Tabelas 5.21 e 5.22 mostram que o problema possui múltiplas soluções.

Ainda é importante destacar que a definição dos valores mínimos e máximos para as ofertas pode aumentar ou diminuir a sensibilidade dos casos.

## 5.5 CONCLUSÕES

Neste Capítulo foram analisados os resultados obtidos para o problema formulado e foi possível verificar a influência do Operador do Sistema, através da especificação da potência a ser gerada por cada máquina, e também a influência das ofertas de cada produtor. Foram feitas diversas simulações com os casos de 2, 5, 30 e 118 barras e apresentados os casos que, de alguma forma, facilitaram o entendimento do comportamento dos seus geradores e do sistema como um todo.

As ofertas de cada gerador têm grande influência nos resultados obtidos, facilitando ou dificultando a convergência. De qualquer forma, independente da oferta estabelecida, o importante é que em todos os casos o comportamento foi conforme o esperado. A potência do nível inferior,  $Pg_i^0$ , será sempre muito próxima da potência especificada pelo Operador do Sistema,  $Pg_i^{esp}$ , quando não existem limites de geração ou de transmissão ativos no problema de nível inferior, independentemente das ofertas dos geradores e do valor especificado pelo Operador.

As simulações mostraram que o problema é sensível ao valor inicial do parâmetro de barreira  $\mu$ , tanto para os casos menores quanto para os maiores, onde a convergência se apresentou mais difícil na

maioria das tentativas. Variando o valor inicial deste parâmetro, os resultados obtidos são diferentes se as ofertas dos geradores estiverem livres. Quando as ofertas estão livres, a oferta de cada gerador será diferente para diferentes inicializações do parâmetro de barreira, assim os valores das potências  $Pg_i$  e  $Pg_i^0$  serão diferentes e, conseqüentemente, o valor das funções objetivo do nível superior e inferior será diferente também. Na função do nível superior a diferença é muito pequena devido às ponderações da função, mas apesar de não aparecer nas casas decimais apresentadas, existe uma pequena diferença nos resultados obtidos.

A compensação dos geradores pela geração de reativos é desprezível uma vez que os valores dos desvios quadráticos e dos Multiplicadores de Lagrange são muito pequenos.



## **6 CONSIDERAÇÕES FINAIS E SUGESTÕES DE TRABALHOS FUTUROS**

### **6.1 CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Este trabalho deu continuidade ao trabalho apresentado por SENNA (2009), sendo que foram feitas alterações para que pudesse ser aplicado ao caso brasileiro. Além disto foram incluídos os limites de transmissão das linhas do sistema na modelagem do problema e também foi analisado o significado dos multiplicadores de Lagrange, como sugeriu SENNA (2009) para trabalhos futuros.

Este trabalho teve duas motivações principais: o despacho ótimo de potência ativa e reativa dos geradores do sistema segundo critério de mínimo custo de oportunidade e a resolução do problema de otimização em dois níveis que representa matematicamente este despacho de geração.

O despacho de potência envolve muitas variáveis do sistema e requer que todas sejam ajustadas de forma a atender os limites físicos e operacionais desse sistema e dos seus equipamentos. Assim, o problema matemático resolvido pode ser considerado um problema de Fluxo de Potência Ótimo em dois níveis.

O problema de otimização de dois níveis pode ser entendido como a interação estratégica entre dois agentes: um líder e um seguidor, sendo que ambos buscam a minimização de suas próprias funções objetivo. A função objetivo do nível inferior deste trabalho é a minimização da diferença entre a potência fornecida por cada gerador e a potência especificada pelo Operador do Sistema, e a do nível superior é a minimização da diferença entre a potência ativa do nível inferior (quando não há geração de reativos) e a potência ativa do nível superior (quando há geração de reativos). A diferença entre as potências de cada gerador no nível superior foi modelada como um desvio quadrático ponderado pela sua capacidade de geração e pelo preço marginal da barra em que está conectado, sendo que os preços marginais das barras dependem das ofertas dos geradores.

Considerando que no Brasil os geradores (aqueles que não operam como compensadores síncronos) recebem apenas pela potência ativa fornecida para o sistema, pode-se considerar que há um custo de oportunidade incorrido pela geração de reativos, já que a geração de potência reativa reduz a capacidade do gerador de fornecer potência ativa. Como no modelo brasileiro é difícil definir o custo de oportunidade dos geradores, neste trabalho optou-se por modelar o

problema como a minimização da diferença entre a potência gerada no nível superior e a potência gerada no nível inferior. Assim, na solução ótima do problema, a potência ativa fornecida por cada gerador no nível superior é o mais próximo possível da geração do nível inferior que, por sua vez, depende do preço cobrado pelos geradores para se desviarem do estabelecido pelo Operador do Sistema. Portanto, a receita de cada gerador sofre o menor impacto, fazendo com que cada gerador tenha o menor custo de oportunidade possível.

A resolução do problema de dois níveis foi feita em duas etapas, sendo que primeiramente as condições de KKT do problema de nível inferior foram substituídas no problema de nível superior, tornando-o um problema de um único nível, e depois se resolveu este problema através do método primal-dual de pontos interiores, utilizando condições necessárias de otimalidade de Fritz-John (FJ) normalizadas. Este método mostrou-se eficaz, mesmo considerando o número elevado de variáveis e a complexidade das equações do problema.

As simulações mostraram que o problema é bastante sensível, tanto ao valor inicial do parâmetro de barreira  $\mu$ , quanto às ofertas dos geradores. Pequenas alterações definem a convergência ou não do problema, e o número de iterações.

A potência do nível inferior será sempre muito próxima da potência especificada pelo Operador do Sistema, independente das ofertas dos geradores e do valor especificado pelo Operador. Vale ressaltar que estas conclusões são válidas para os casos apresentados e, para outros casos, podem apresentar um comportamento diferente na solução do nível superior, o qual está diretamente ligado à necessidade de reativos de cada sistema.

O conteúdo desta dissertação pode ser um ponto de partida para o estudo e desenvolvimento de ferramentas para o cálculo de tarifas relacionadas ao fornecimento de reativos para o sistema.

O método de resolução proposto neste trabalho pode ser empregado em outros problemas relacionados ao sistema elétrico.

## 6.2 SUGESTÕES DE TRABALHOS FUTUROS

Como sugestões para trabalhos futuros destacam-se:

- aprofundar estudos para a remuneração dos geradores pelo fornecimento de reativos para o sistema;
- desenvolver ferramentas para o cálculo de tarifas relacionadas ao fornecimento de reativos para o sistema;

- desenvolver estratégias para aprimorar a robustez do método, uma vez que este se mostrou bastante sensível às inicializações do parâmetro de barreira e das ofertas dos geradores;
- realizar estudos comparativos entre as soluções obtidas pelo método proposto e aquelas fornecidas pelo FPO a partir da minimização dos custos dos geradores;
- incluir na análise dos resultados o coeficiente linear da oferta dos geradores;
- simular casos reais que apresentem problemas de reativos.





## REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, K.C.. Técnicas de Suavização aplicadas a um problema de fluxo de potência ótimo de dois níveis. *Congresso Brasileiro de Automática - CBA*, 2012.
- ALVARADO, F.. Methods for Quantification of Ancillary Services in Electric Power Systems. *Simpósio de Especialistas em Planejamento da Operação e Expansão Elétrica* (5.: Maio 1996: Recife, Pernambuco) Anais. Pernambuco. p. 27-49, 1996.
- ANEEL – Agência Nacional de Energia Elétrica. *Resolução Normativa n. 505*, 2001.
- ANEEL – Agência Nacional de Energia Elétrica. *Resolução Normativa n. 265*, 2003.
- ANEEL – Agência Nacional de Energia Elétrica. *Características Gerais I*. Disponível em: [http://www.aneel.gov.br/arquivos/pdf/atlas\\_par1\\_cap1.pdf](http://www.aneel.gov.br/arquivos/pdf/atlas_par1_cap1.pdf), 2014.
- ARAÚJO, M.M.. *Método de Alocação de custos de suporte de potência reativa baseada em Leis de Circuitos*. Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2007.
- BARBUY, H.S.. *Serviço Ancilar de Potência Reativa de Geradores Síncronos: Aspectos Técnicos e Regulatórios*. Tese (Doutorado) – Universidade Federal de Uberlândia, 2008.
- BARD J. F.. Practical Bilevel Optimization, Algorithms and Applications, 1. ed., *Kluwer Academic Publishers*, 1998.
- BERTSEKAS, D.P.. Nonlinear Programming. *Athena Scientific*, 2nd Edition, Belmont, MA, 1999.
- CCEE - Câmara de Comercialização de Energia Elétrica. *Onde atuamos*. Disponível em: [http://www.ccee.org.br/portal/faces/pages\\_publico/onde-atuamos/setor\\_eletrico?\\_afLoop=3257057373000#%40%3F\\_afLoop%3D3257057373000%26\\_adf.ctrl-state%3D1b9ws14dk2\\_4](http://www.ccee.org.br/portal/faces/pages_publico/onde-atuamos/setor_eletrico?_afLoop=3257057373000#%40%3F_afLoop%3D3257057373000%26_adf.ctrl-state%3D1b9ws14dk2_4), 2014a.

CCEE - Câmara de Comercialização de Energia Elétrica. *Atribuições*. Disponível em: <http://www.ccee.org.br/relatoriodeadministracao/instituicao/atribuicoes.html>, 2014b.

CCEE - Câmara de Comercialização de Energia Elétrica. *Info PLD 3ª Semana Operativa de Janeiro de 2015*. Disponível em: [http://www.ccee.org.br/portal/wcm/idc/groups/bibpublic\\_precos/documents/conteudoccee/ccee\\_346730.pdf](http://www.ccee.org.br/portal/wcm/idc/groups/bibpublic_precos/documents/conteudoccee/ccee_346730.pdf), 2015;

CARPENTIER, J.L.. Towards a Secure and Optimal Automatic Operation of Power Systems. *Proceedings of the Power Systems Computer Conference*. Montreal, Canada, p. 2-37, 1987.

CARPENTIER, J.L.. Contribution a L'étude du Dispatching Économique. *Bull-Soc. Fr. Elec. Ser. B3*, p. 431.447, 1962.

CICCONET, F.. *Estudo sobre a Operação Descentralizada de Sistemas com predomínio de Geração Hidrelétrica*. Dissertação (Mestrado) – Universidade de Santa Catarina, 2013.

COLSON, B.; MARCOTTE, P.; SAVARD, G.. Bilevel Programming: A Survey. *Quartely Journal of Operations Research*, v. 3, p. 87-105, 2005.

COSTA, A.L.. *Alocação Ótima Conjunta de Energia e Reservas Operativas Baseada em Fluxo de Potência Ótimo Dinâmico*. Tese (Doutorado) – Universidade Federal de Santa Catarina, 2004.

COSTA, G.R.M.. Modified Newton method for reactive dispatching. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, v. 24, n. 10, p. 815-819, 2002.

DOÑA, V.M.; PAREDES, A.N.. Reactive Power Pricing in Competitive Electric Markets Using the Transmission Losses Function. *IEEE Porto Power Tech Conference*, Portugal, 2001.

ECHEVERRI, M.G.. *Planejamento e Despacho Ótimo de Reativos (VAR) em Sistemas de Energia Multi-Áreas*. Tese (Doutorado) – UNESP, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, 2011.

EL-KEIB, A.A.; MA, X.. Calculating Short-Run Marginal Cost of Active and Reactive Power Production. *IEEE Transactions on Power Systems*, vol.12, no. 2, p. 559-565, 1997.

ESTEVAM C.R.N.; ESTEVAM G.P; MANTOVANI J.R.S.. Despacho de Reativos em Sistemas de Energia Elétrica utilizando um Modelo Implicitamente Acoplado e Técnicas de Programação Não Linear. *RETEC – Revista de Tecnologias, Ourinhos*, v. 05, n. 01, p. 14-26, 2012.

FERC – Federal Energy Regulatory Commission. *Principles for Efficient and Reliable – Reactive Power Supply and Consumption*. STAFF REPORT docket N. AD05.1-000. February 4, 2005.

FERNANDES, D.C.R.. *Estratégia Ótima de Oferta de Energia em Mercados Competitivos*. Tese (Doutorado) – COPEE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2005.

FLORES, M.J.R.. *Metodologia de análise para um mercado competitivo da potência reativa*. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Maranhão, 2002.

FRANK, S.; STEPONAVICE, I.; REBENNACK S.. Optimal power flow: a bibliographic survey I. *Energy Syst*, no. 3, p. 221-258, 2012.

FRICKE, C.. *An Introduction to Bilevel Programming*. Melbourne: Department of Mathematic and Statistic of University of Melbourne, 2003. Disponível em: <http://www.or.ms.unimelb.edu.au/handouts/Bilevel.pdf>, Acesso em Fevereiro, 2014.

GOPAL, V.; BIEGLER, L.. Smoothing methods for complementarity problems in process engineering. *AIChE Journal* 45(7): 1535-1547, 1999.

GRANVILLE, S.. Optimal Reactive Dispatch Through Interior Point Methods. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 9, p. 136-146, 1994.

GROSS, G.; TAO, S.; BOMPARD, E.; CHICCO, G.. Unbundled Reactive Support Service. Key Characteristics and Dominant Cost Component. *IEEE Transactions on Power Systems*, vol.17, no. 2, p. 283-289, 2002.

HAO, S.; PAPALEXOPOULOS, A.. Reactive Power Pricing and Managment. *IEEE Transactions on Power Systems*, vol.12, no. 1, p. 95.104, 1997.

HUNEALT M.; GALIANA, F.D.. A Survey of the Optimal Power Flow Literature. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 6, p. 762-770, 1991.

ILÍĆ, M.D.; YU, C.N.. A Possible Framework for Market-Based Voltage / Reactive Power Control. *Proceedings of IEEE PES Winter Meeting*, New York, 1999.

JARDINI, J.A.; CASOLARI, R.P.; HONDA, Y.; PELICER, J.C.; JUNIOR, M.R.. Ancillary Services – Cost Benefit Evaluation as Related to Hydroelectric Power Plants Reactive Supply. *IEEE PES T&D Latin America*, São Paulo, 2002.

LAMONT, J.W.E.; FU, J.. Cost Analysis of Reactive Power Support. *IEEE Transactions on Power Systems*, vol.14, no. 3, p. 890-898, 1999.

MASIERO, M.C.S.. *O Método da Função Lagrangiana Aumentada Barreira Modificada para p resolução do Fluxo De Potência Ótimo*. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual Paulista, 2011.

MILLER, R.L.. *Microeconomia: Teoria, Questões e Aplicações*. Mcgraw-Hill, São Paulo, 1981.

ONS – Operador Nacional do Sistema. *Conheça o Sistema*. Disponível em:

[http://www.ons.org.br/conheca\\_sistema/o\\_que\\_e\\_sin.aspx](http://www.ons.org.br/conheca_sistema/o_que_e_sin.aspx), 2014a.

ONS – Operador Nacional do Sistema. *Estrutura da Capacidade Instalada do SIN*. Disponível em:

[http://www.ons.org.br/download/biblioteca\\_virtual/publicacoes/dados\\_r\\_elevantes\\_2012/02-02-Estrutura-da-Capacidade-Instalada-no-SIN-MW.html?expanddiv=02](http://www.ons.org.br/download/biblioteca_virtual/publicacoes/dados_r_elevantes_2012/02-02-Estrutura-da-Capacidade-Instalada-no-SIN-MW.html?expanddiv=02), 2014b.

ONS – Operador Nacional do Sistema. *Procedimentos de Rede, Módulo 14 – Administração dos serviços ancilares*. Disponível em <http://www.ons.org.br>, 2014c.

ONS – Operador Nacional do Sistema. *Relacionamentos*. Disponível em [http://www.ons.org.br/institucional\\_linguas/relacionamentos.aspx](http://www.ons.org.br/institucional_linguas/relacionamentos.aspx), 2014d.

PINTO, C.L.S.. *Otimização em dois níveis aplicada a priorização de obras do Sistema de Distribuição, voltada ao cumprimento dos índices de continuidade*. Tese (Doutorado) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2008.

POORE, A.B.; TIAHRT, C.A.. Bifurcation problems in nonlinear parametric programming. *Mathematical Programming*, vol.39, p. 189-205, 1987.

RIBEIRO, P.M.. *Remuneração dos Serviços Ancilares de Suporte de Potência Reativa e Reserva de Potência Quando Providos por Geradores*. Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2005.

REBOURS, Y.G.; KIRSCHEN, D.S.. Toward a Competitive Market for Reactive. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 22, no. 1, p. 358-366, 2007.

ROCHA, M.G.. *Metodologia para o despacho de potência reativa visando o controle de tensão baseado em algoritmos genéticos*. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Pará, 2009.

RUEDA, S.M.V.. *Soluções do Fluxo de Potência Ótimo sob Carga Variável: Modelagem de Custo de Potência Reativa*. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Santa Catarina, 2000.

RUEDA, S.M.V.; ALMEIDA, K.C. Optimal power flow solutions under variable load conditions – reactive power cost modeling. *Power Industry Computer Conference – PICA*, vol. 1, p. 300-305, 2001.

SALGADO R.S.; ALMEIDA, K.C.. *Otimização Estática Aplicada a Sistemas de Potência*. Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC, Apostila de aulas de pós-graduação, 2014.

SENNA, F.S.. *Despacho Ótimo de Potência Reativa Baseado em Custo de Oportunidade Via Otimização em Dois Níveis*. Dissertação (Mestrado) – Universidade de Santa Catarina, 2009.

SHIRMOHAMMADI, D.; VOJDANI, A.. An Overview of Ancillary Services. *Simpósio de Especialistas em Planejamento da Operação e Expansão Elétrica* (5. : Maio. 1996: Recife, Pernambuco) Anais. Pernambuco. p. 1-9, 1996.

SILVA, L. X.. *Reserva de Potência Operativa como Serviço Ancilar: Mecanismo de Mercado para Aquisição e Revenda*. Dissertação (Mestrado) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2001.

SILVA, R.H.. *Metodologia de Análise para um Mercado Competitivo de Potência Reativa do Ponto de Vista de uma Concessionária de Distribuição*. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Santa Catarina, 2006.

SOUSA, T.. *Valoração do fornecimento de serviços ancilares a partir de usinas hidroelétricas*. Tese (Doutorado) – Universidade de São Paulo, 2006.

SOUZA, A.; DECKER, I.C.. Serviços Ancilares no Mercado de Energia Elétrica Brasileiro. *Congresso Brasileiro De Automática* (14. : Set. 2-5, 2002: Natal, Rio Grande do Norte) Anais. Natal, RN, 2002. p. 2355.2360, 2002.

STACKELBERG, H.V.. *The Theory of the Market Economy*. London, UK, Willian Hodge, 1952.

TAKEMURA, D.G.. *Determinação de Estratégias de Oferta no Mercado de Energia através de Otimização em Dois Níveis*. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Santa Catarina, 2007.

TAKIGAWA F.Y.K.. *Análise Comparativa de Diferentes Estratégias de Decomposição do Problema de Programação Diária da Operação de Sistemas Hidrotérmicos com Base na Relaxação Lagrangeana*. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Santa Catarina, 2006.

WU, Y.; DEBS, A.; MARSTEN, R.. A direct nonlinear predictor-corrector primal dual interior point methods for optimal power flows. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 9, p.876-883, 1994.

ZHONG, J; *On Some Aspects of Design of Electric Power Ancillary Service Markets*. Ph.D Thesis, Department of Electric Power Engineering, Chalmers University of Technology, Göteborg, Sweden, 2003.

ZHONG, J.; BHATTACHARYA, K.. Reactive Power Management in Deregulated Electricity Markets – a Review. *Power Engineering Society Winter Meeting, IEEE*, v. 2, p. 1287-1292, 2002a.

ZHONG, J.; BHATTACHARYA, K.. Toward a Competitive Market for Reactive. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 17, no. 4, p. 1206-1215, 2002b.





**APÊNDICE A**  
**Equacionamento do problema proposto e de suas condições de**  
**otimalidade**

O problema resolvido neste trabalho é o apresentado em (A.1):

$$\begin{aligned}
 \min O &= \sum_i^n \frac{-\lambda_i^0}{2} * \left[ \frac{(Pg_i - Pg_i^0)^2}{Sg} \right] \\
 s. a.: \\
 Pg_i - Pd_i - P_i(V, \delta, t) &= 0 \\
 Qg_i - Qd_i - Q_i(V, \delta, t) + b_i * V_i^2 &= 0 \\
 fl_i^{min} \leq fl_i(V, \delta, t) &\leq fl_i^{max} \\
 V_i^{min} \leq V_i &\leq V_i^{max} \\
 b_i^{min} \leq b_i &\leq b_i^{max} \\
 Pg_i^{min} \leq Pg_i \leq Pg_i^M(Qg_i) \\
 Qg_i^{min} \leq Qg_i \leq Qg_i^{max} \\
 t_l^{min} \leq t_l &\leq t_l^{max} \\
 \alpha_i^{min} \leq \alpha_i &\leq \alpha_i^{max} \\
 \min f &= \sum_i^n \frac{1}{2} \left[ \alpha_i * (Pg_i^0 - Pg_i^{esp})^2 \right] \\
 s. a.: \\
 Pg_i^0 - Pd_i - P_i^0(\delta_i^0) &= 0 \\
 Pg_i^{min} \leq Pg_i^0 \leq Pg_i^{max} &= Sg_i \\
 fl_i^{min} \leq fl_i^0(\delta_i^0) &\leq fl_i^{max}
 \end{aligned} \tag{A.1}$$

O Lagrangeano do problema do nível inferior é o apresentado em (A.2):

$$\begin{aligned}
 L^0 = & \frac{1}{2} * [\alpha_i * (Pg_i^0 - Pg_i^{esp})^2 + \lambda_i^0 * (Pg_i^0 - Pd_i - P_i^0(\delta_i^0)) + \\
 & \pi gl * (Pg_i^{min} - Pg_i^0) + \pi gu * (Pg_i^0 - Sg_i) + \\
 & \pi fl * (fl_i^{min} - fl_i^0(\delta_i^0)) + \pi fu * (fl_i^0(\delta_i^0) - fl_i^{max})
 \end{aligned} \tag{A.2}$$

As condições de KKT, ainda sem as folgas complementares para as restrições de desigualdade, são as descritas em (A.3):

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial L^0}{\partial Pg^0} &= \alpha_i * Pg_i^0 + \lambda_i^0 - \pi gl + \pi gu = 0 \\
 \frac{\partial L^0}{\partial \delta^0} &= -\lambda_i^0 * \frac{\partial P_i^0(\delta_i^0)}{\partial \delta^0} - \pi fl * \frac{\partial fl_i^0(\delta_i^0)}{\partial \delta^0} + \pi fu * \frac{\partial fl_i^0(\delta_i^0)}{\partial \delta^0} = 0 \\
 Pg_i^0 - Pd_i - P_i^0(\delta_i^0) &= 0 \\
 \pi gl * (Pg_i^{min} - Pg_i^0) &= 0 \\
 \pi gu * (Pg_i^0 - Sg_i) &= 0 \\
 \pi fl * (fl_i^{min} - fl_i^0(\delta_i^0)) &= 0 \\
 \pi fu * (fl_i^0(\delta_i^0) - fl_i^{max}) &= 0
 \end{aligned} \tag{A.3}$$

Para as restrições de desigualdade, foram adotadas as letras  $l$  para representar os multiplicadores de Lagrange associados aos limites inferiores e  $u$  para os níveis superiores da desigualdade.

São então inseridas as folgas complementares para as restrições de desigualdade:

$$\begin{aligned}
 Pg_i^{min} - Pg_i^0 &\leq 0 \\
 Pg_i^{min} - Pg_i^0 + w_i &= 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
w_i &= Pg_i^0 - Pg_i^{min} \\
Pg_i^0 - Sg_i &\leq 0 \\
Pg_i^0 - Sg_i + z_i &= 0 \\
z_i &= Sg_i - Pg_i^0 \\
fl_i^{min} - fl_i^0(\delta_i^0) &\leq 0 \\
fl_i^{min} - fl_i^0(\delta_i^0) + \hat{w}_i &= 0 \\
\hat{w}_i &= fl_i^0(\delta_i^0) - fl_i^{min} \\
fl_i^0(\delta_i^0) - fl_i^{max} &\leq 0 \\
fl_i^0(\delta_i^0) - fl_i^{max} + \hat{z}_i &= 0 \\
\hat{z}_i &= fl_i^{max} - fl_i^0(\delta_i^0)
\end{aligned} \tag{A.4}$$

Substituindo as equações de (A.4) nas suas equações equivalentes de (A.3), tem-se:

$$\begin{aligned}
-\pi gl * w_i &= 0 \\
-\pi gu * z_i &= 0 \\
-\pi fl * \hat{w}_i &= 0 \\
-\pi fu * \hat{z}_i &= 0
\end{aligned} \tag{A.5}$$

sendo  $\pi gl; \pi gu; \pi fl; \pi fu; w_i; z_i; \hat{w}_i$  e  $\hat{z}_i \geq 0$ .

Relaxam-se as folgas complementares:

$$\begin{aligned}
-\pi gl * w_i + \mu &= 0 \\
-\pi gu * z_i + \mu &= 0 \\
-\pi fl * \hat{w}_i + \mu &= 0
\end{aligned} \tag{A.6}$$

$$-\pi fu * \hat{z}_i + \mu = 0$$

As condições de KKT do nível inferior são as descritas em (A.7):

$$\begin{aligned} \frac{\partial L^0}{\partial P g^0} &= \alpha_i * P g_i^0 + \lambda_i^0 - \pi gl + \pi gu = 0 \\ \frac{\partial L^0}{\partial \delta^0} &= -\lambda_i^0 * \frac{\partial P_i^0(\delta_i^0)}{\partial \delta^0} - \pi fl * \frac{\partial fl_i^0(\delta_i^0)}{\partial \delta^0} + \pi fu * \frac{\partial fl_i^0(\delta_i^0)}{\partial \delta^0} = 0 \\ P g_i^0 - P d_i - P_i^0(\delta_i^0) &= 0 \\ w_i &= P g_i^0 - P g_i^{min} \\ z_i &= S g_i - P g_i^0 \\ \hat{w}_i &= fl_i^0(\delta_i^0) - fl_i^{min} \\ \hat{z}_i &= fl_i^{max} - fl_i^0(\delta_i^0) \\ -\pi gl * w_i + \mu &= 0 \\ -\pi gu * z_i + \mu &= 0 \\ -\pi fl * \hat{w}_i + \mu &= 0 \\ -\pi fu * \hat{z}_i + \mu &= 0 \end{aligned} \tag{A.7}$$

As condições de KKT do problema do nível inferior são substituídas no problema do nível superior, transformando o problema em um problema de otimização de um único nível, apresentado em (A.8). Além disto, neste ponto o problema passa a ser resolvido pelas condições de otimalidade de FJ e então o multiplicador  $\hat{\lambda}$  é inserido na função objetivo.

$$\min O = \hat{\lambda} * \left\{ \sum_i^n \frac{-\lambda_i^0}{2} * \left[ \frac{(P g_i - P g_i^0)^2}{S g} \right] \right\}$$

S. a.:

$$Pg_i - Pd_i - P_i(V, \delta, t) = 0$$

$$Qg_i - Qd_i - Q_i(V, \delta, t) + b_i * V_i^2 = 0$$

$$fl_i^{min} \leq fl_i(V, \delta, t) \leq fl_i^{max}$$

$$V_i^{min} \leq V_i \leq V_i^{max}$$

$$b_i^{min} \leq b_i \leq b_i^{max}$$

$$Pg_i^{min} \leq Pg_i \leq Pg_i^M(Qg_i)$$

$$Qg_i^{min} \leq Qg_i \leq Qg_i^{max}$$

$$t_l^{min} \leq t_l \leq t_l^{max}$$

$$\alpha_i^{min} \leq \alpha_i \leq \alpha_i^{max}$$

(A.8)

$$\frac{\partial L^0}{\partial P g^0} = \alpha_i * Pg_i^0 + \lambda_i^0 - \pi gl + \pi gu = 0$$

$$\frac{\partial L^0}{\partial \delta^0} = -\lambda_i^0 * \frac{\partial P_i^0(\delta_i^0)}{\partial \delta^0} - \pi fl * \frac{\partial fl_i^0(\delta_i^0)}{\partial \delta^0} + \pi fu * \frac{\partial fl_i^0(\delta_i^0)}{\partial \delta^0} = 0$$

$$Pg_i^0 - Pd_i - P_i^0(\delta_i^0) = 0$$

$$w_i - Pg_i^0 + Pg_i^{min} = 0$$

$$z_i - Sg_i + Pg_i^0 = 0$$

$$\hat{w}_i - fl_i^0(\delta_i^0) + fl_i^{min} = 0$$

$$\hat{z}_i - fl_i^{max} + fl_i^0(\delta_i^0) = 0$$

$$-\pi gl * w_i + \mu = 0$$

$$-\pi gu * z_i + \mu = 0$$

$$-\pi fl * \hat{w}_i + \mu = 0$$

$$-\pi fu * \hat{z}_i + \mu = 0$$

Através do método primal-dual de pontos interiores, o problema é modificado pela introdução de variáveis de folga nas restrições de desigualdade e de barreiras logarítmicas na função objetivo. As barreiras logarítmicas garantem que as variáveis de folgas sejam estritamente positivas. O problema modificado é descrito em (A.9):

$$\begin{aligned} \min O = \hat{\lambda} * \left\{ \sum_i^n \frac{-\lambda_i^0}{2} * \left[ \frac{(Pg_i - Pg_i^0)^2}{Sg} \right] - \mu \right. \\ * \left\{ \sum_i [\ln(sqgl) + \ln(sqgu)] \right. \\ + \sum_i [\ln(sfll) + \ln(sflu)] \\ + \sum_i [\ln(spgl) + \ln(spgu)] \\ + \sum_i [\ln(svl) + \ln(svu)] + \sum_i [\ln(sbl) + \ln(sbu)] \\ + \sum_i [\ln(stl) + \ln(stu)] \\ + \sum_i [\ln(sal) + \ln(sau)] + \sum_i [\ln(w) + \ln(z)] \\ \left. \left. + \sum_i [\ln(\hat{w}) + \ln(\hat{z})] \right\} \right\} \end{aligned}$$

s. a.:

$$Pg_i - Pd_i - P_i(V, \delta, t) = 0$$

$$Qg_i - Qd_i - Q_i(V, \delta, t) + b_i * V_i^2 = 0$$

$$fl_i(V, \delta, t) - fl_i^{\min} - sfl = 0$$

$$fl_i(V, \delta, t) - fl_i^{\max} + sfu = 0$$

$$V_i - V_i^{min} - s vl = 0$$

$$V_i - V_i^{max} + s vu = 0$$

$$b_i - b_i^{min} - s bl = 0$$

$$b_i - b_i^{max} + s bu = 0$$

$$Pg_i - Pg_i^{min} - sp gl = 0$$

$$Pg_i - Pg_i^M(Qg_i) + sp gu = 0$$

$$Qd_i + Q_i(V, \delta, t) - b_i * V_i^2 - Qg_i^{min} - sq gl = 0$$

$$Qd_i + Q_i(V, \delta, t) - b_i * V_i^2 - Qg_i^{max} + sq gu = 0$$

$$t_i - t_i^{min} - st l = 0$$

$$t_i - t_i^{max} + st u = 0$$

$$\alpha_i - \alpha_i^{min} - sa l = 0$$

(A.9)

$$\alpha_i - \alpha_i^{max} + sa u = 0$$

$$\alpha_i * Pg_i^0 + \lambda_i^0 - \pi gl + \pi gu = 0$$

$$-\lambda_i^0 * \frac{\partial P_i^0(\delta_i^0)}{\partial \delta^0} - \pi fl * \frac{\partial fl_i^0(\delta_i^0)}{\partial \delta^0} + \pi fu * \frac{\partial fl_i^0(\delta_i^0)}{\partial \delta^0} = 0$$

$$Pg_i^0 - Pd_i - P_i^0(\delta_i^0) = 0$$

$$w_i - Pg_i^0 + Pg_i^{min} = 0$$

$$z_i - Sg_i + Pg_i^0 = 0$$

$$\hat{w}_i - fl_i^0(\delta_i^0) + fl_i^{min} = 0$$

$$\hat{z}_i - fl_i^{max} + fl_i^0(\delta_i^0) = 0$$



$$-\pi gl * w_i + \mu = 0$$

$$-\pi gu * z_i + \mu = 0$$

$$-\pi fl * \hat{w}_i + \mu = 0$$

$$-\pi fu * \hat{z}_i + \mu = 0$$

O equacionamento de (A.9) representa o problema proposto e seu Lagrangeano é o descrito em (A.10).

(A.10)

$$\begin{aligned}
L = & \hat{\lambda} * \left\{ \sum_i^n [-\lambda_i^0 * \frac{(Pg_i - Pg_i^0)^2}{Sg_i}] - \mu * \sum \ln[sqgl + sqgu] + \sum \ln[sfll + sflu] \right. \\
& + \sum \ln[spgl + spgu] + \sum \ln[svl + svu] + \sum \ln[sbl + sbu] + \sum \ln[stl + stu] \\
& + \sum \ln[s\alpha l + s\alpha u] + \sum \ln[w + z] + \sum \ln[\hat{w} + \hat{z}] \} \\
& + A * (Pg_i - Pd_i - P_i(V, \delta, t)) + B * (Qg_i - Qd_i - Q_i(V, \delta, t) + b_i * V_i^2) \\
& + \rho^{\min} * (Qd_i + Q_i(V, \delta, t) - b_i * V_i^2 - Qg_i^{\min} - sqgl) \\
& + \rho^{\max} * (Qd_i + Q_i(V, \delta, t) - b_i * V_i^2 - Qg_i^{\max} + sqgu) \\
& + \sigma^{\min} * (fl_i(V, \delta, t) - fl_i^{\min} - sfl) + \sigma^{\max} * (fl_i(V, \delta, t) - fl_i^{\max} + sfu) \\
& + \gamma^{\min} * (Pg_i - Pg_i^{\min} - spgl) + \gamma^{\max} * (Pg_i - Pg_i^{\max} + spgu) \\
& + \lambda^{\min} * (V_i - V_i^{\min} - svl) + \lambda^{\max} * (V_i - V_i^{\max} + svu) \\
& + \mu^{\min} * (b_i - b_i^{\min} - sbl) + \mu^{\max} * (b_i - b_i^{\max} + sbu) \\
& + \varepsilon^{\min} * (t_i - t_i^{\min} - stl) + \varepsilon^{\max} * (t_i - t_i^{\max} + stu) \\
& + \pi^{\min} * (\alpha_i - \alpha_i^{\min} - s\alpha l) + \pi^{\max} * (\alpha_i - \alpha_i^{\max} + s\alpha u) \\
& + \kappa * (\alpha_i * Pg_i^0 + \lambda_i^0 - \pi gl + \pi gu) \\
& + \eta * (\lambda_i^0 * \frac{\partial P_i^0(\delta_i^0)}{\partial \delta^0} - \pi fl * \frac{\partial fl_i^0(\delta_i^0)}{\partial \delta^0} + \pi fu * \frac{\partial fl_i^0(\delta_i^0)}{\partial \delta^0}) \\
& + A^0 * (Pg_i^0 - Pd_i - P_i^0(\delta_i^0)) \\
& + \gamma_i^{0\min} * (w_i - Pg_i^0 + Pg_i^{\min}) + \gamma_i^{0\max} * (z_i - Sg_i + Pg_i^0) \\
& + \sigma_i^{0\min} * (\hat{w}_i - fl_i^0(\delta_i^0) + fl_i^{\min}) + \sigma_i^{0\max} * (\hat{z}_i - fl_i^{\min} + fl_i^0(\delta_i^0)) \\
& + \psi_1 * (-\pi gl * w_i + \mu) + \psi_2 * (-\pi gu * z_i + \mu) \\
& + \hat{\psi}_1 * (-\pi fl * \hat{w}_i + \mu) + \hat{\psi}_2 * (-\pi fu * \hat{z}_i + \mu)
\end{aligned}$$

Como definido por com POORE e TIAHRT (1987), para a solução deste problema é preciso inserir no Gradiente a equação apresentada em (A.11).

$$\begin{aligned}
 &(\hat{\lambda})^2 + (A)^2 + (B)^2 + (\rho^{min})^2 + (\rho^{max})^2 + (\sigma^{min})^2 + (\sigma^{max})^2 + \\
 &(\gamma^{min})^2 + (\gamma^{max})^2 + (\lambda^{min})^2 + (\lambda^{max})^2 + (\mu^{min})^2 + (\mu^{max})^2 + \\
 &(\varepsilon^{min})^2 + (\varepsilon^{max})^2 + (\pi^{min})^2 + (\pi^{max})^2 + (\kappa)^2 + (\eta)^2 + (A^0)^2 + \\
 &(\gamma^{0min})^2 + (\gamma^{0max})^2 + (\sigma^{0min})^2 + (\sigma^{0max})^2 + (\psi_1)^2 + (\psi_2)^2 + \\
 &(\hat{\psi}_1)^2 + (\hat{\psi}_2)^2 - 1 = 0
 \end{aligned} \tag{A.11}$$

Assim como o Gradiente teve sua dimensão aumentada em uma dimensão (com a inserção da equação (A.11), a Matriz Hessiana também teve suas dimensões aumentadas em uma linha e uma coluna. Na Matriz Hessiana foram inseridas as derivadas de segunda ordem em relação ao multiplicador  $\hat{\lambda}$ .

**APÊNDICE B**  
**Método Primal-Dual de Pontos Interiores.**

### Formulação genérica do FPO

Considere-se o problema de FPO apresentado no Capítulo 3 e transcrito em (B.1):

$$\min \hat{F} = F(x, y)$$

s. a.:

$$G(y) = 0$$

$$H(y) \leq H^{max}$$

(B.1)

$$\frac{\partial f(x)}{\partial x} + \frac{\partial g^t(x)}{\partial x} * \lambda + \frac{\partial h^t(x)}{\partial x} * \pi = 0$$

$$g(x) = 0$$

$$h(x) \leq h^{max}$$

$$\pi * (h(x) - h^{max}) = 0$$

$$\pi \geq 0$$

Sendo  $k$  o número de restrições de desigualdade do nível inferior.

Para utilizar os métodos de pontos interiores aplicam-se ao problema (B.1) os três seguintes procedimentos:

a) Transformação das restrições de desigualdade em restrições de igualdade pela introdução de variáveis de folga:

$$w = h^{max} - h(x)$$

(B.2)

$$s = H^{max} - H(y)$$

$$w \geq 0, s \geq 0$$

b) Relaxação das condições de folga complementar através do parâmetro de barreira  $\mu$ :

$$\begin{aligned}
 -diag(\pi) * w + \mu &= 0 \\
 \pi &\geq 0
 \end{aligned}
 \tag{B.3}$$

c) Introdução da função barreira logarítmica na função objetivo:

A fim de se representar as restrições de não negatividade das variáveis de folga, o problema é modificado com a introdução da função barreira logarítmica na sua função objetivo. A função barreira penaliza as estimativas de solução que se encontram próximas aos limites das desigualdades, ou ainda, associadas às variáveis de folga próximas de zero.

O problema modificado passa a ser assim representado:

$$\begin{aligned}
 \min \hat{F} &= F(x, y) - \mu * \left[ \sum \ln(s) + \sum \ln(w) \right] \\
 s. a.: \\
 G(y) &= 0 \\
 H(y) + s - H^{max} &= 0 \\
 \frac{\partial f(x)}{\partial x} + \frac{\partial g^t(x)}{\partial x} * \lambda + \frac{\partial h^t(x)}{\partial x} * \pi &= 0 \\
 g(x) &= 0 \\
 h(x) + w - h^{max} &= 0 \\
 -diag(\pi) * w + \mu &= 0
 \end{aligned}
 \tag{B.4}$$

sendo  $diag$  uma matriz diagonal com os valores de  $\pi \geq 0$ ,  $s \geq 0$ ,  $w \geq 0$ ,  $\mu \geq 0$ , e  $m$  o número de inequações do nível superior.

Considerando o multiplicador  $\hat{\lambda}$  associado à função objetivo do problema, como apresentato no Capítulo 3, as condições de FJ do

problema (B.4) são as descritas em (B.6), desde que o Lagrangeano seja o apresentado em (B.5):

$$\begin{aligned}
 L(x, y, \hat{\lambda}, \alpha, \beta, \gamma, \varepsilon, \eta, \rho) = & \hat{\lambda} * \{F(x, y) - \mu * [\sum_{i=1}^k \ln(w)] + \sum_{i=1}^m \ln(s)\} \\
 & + \alpha^t * G(y) + \beta^t * (H(y) + s - H^{\max}) + \gamma^t * \left( \frac{\partial L^0(x, \lambda, \pi)}{\partial x} \right) \\
 & + \varepsilon^t * g(x) + \eta^t * (h(x) + w - h^{\max}) + \rho^t * (\pi * w + \mu)
 \end{aligned} \tag{B.5}$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial F(x, y)}{\partial x} * \hat{\lambda} + \frac{\partial \left( \frac{\partial L^0(x, \lambda, \pi)}{\partial x} \right)^t}{\partial x} * \gamma + \frac{\partial g^t(x)}{\partial x} * \varepsilon + \frac{\partial h^t(x)}{\partial x} * \eta = 0 \\
 & \frac{\partial F(x, y)}{\partial y} * \hat{\lambda} + \frac{\partial G^t(y)}{\partial y} * \alpha + \frac{\partial H^t(y)}{\partial y} * \beta = 0 \\
 & -\mu * \hat{\lambda} * w^{-1} + \pi^t * \rho \rightarrow -\mu * \hat{\lambda} + W * \pi^t * \rho = 0 \\
 & -\mu * \hat{\lambda} * s^{-1} + \beta \rightarrow -\mu * \hat{\lambda} + S * \beta = 0 \\
 & G(y) = 0 \\
 & H(y) + s - H^{\max} = 0 \\
 & \frac{\partial f(x)}{\partial x} + \frac{\partial g^t(x)}{\partial x} * \lambda + \frac{\partial h^t(x)}{\partial x} * \pi = 0 \\
 & g(x) = 0 \\
 & h(x) + w - h^{\max} = 0 \\
 & [\hat{\lambda} \beta^t \eta^t]^t \geq 0 \\
 & \text{onde } W = \text{diag}\{w\}, S = \text{diag}\{s\}.
 \end{aligned} \tag{B.6}$$

Utilizando-se o método de Newton-Raphson, o ponto estacionário que satisfaz as condições necessárias de otimalidade do problema

apresentado em (B.4) é obtido resolvendo-se o sistema de equações lineares formado pelas condições de otimalidade apresentadas em (B.6), que é escrito na forma matricial como:

$$\begin{bmatrix}
 2\hat{\lambda} & 0 & 0 & 2\alpha' & 2\beta' & 2\gamma' & 2\varepsilon' & 2\eta' & 2\rho' & 0 & 0 \\
 \frac{\partial F}{\partial x} & \frac{\partial L^2}{\partial x^2} & \frac{\partial F^2}{\partial x \partial y} & 0 & 0 & \frac{\partial(\partial L^{0x})}{\partial x} & \frac{\partial g'}{\partial x} & \frac{\partial h'}{\partial x} & 0 & 0 & 0 \\
 \frac{\partial F}{\partial y} & \frac{\partial F^2}{\partial y \partial x} & \frac{\partial Lag^2}{\partial y^2} & \frac{\partial G'}{\partial y} & \frac{\partial H'}{\partial y} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & \frac{\partial G'}{\partial y} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & \frac{\partial H'}{\partial y} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I & 0 \\
 0 & \frac{\partial L^0}{\partial x} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & \frac{\partial g}{\partial x} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & \frac{\partial h}{\partial x} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \Pi \\
 -\mu e & 0 & 0 & 0 & S & 0 & 0 & 0 & 0 & B & 0 \\
 -\mu e & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \Pi' * W & 0 & \Pi' * P
 \end{bmatrix} *$$

$$* \begin{bmatrix}
 \Delta \hat{\lambda} \\
 \Delta x \\
 \Delta y \\
 \Delta \alpha \\
 \Delta \beta \\
 \Delta \gamma \\
 \Delta \varepsilon \\
 \Delta \eta \\
 \Delta \rho \\
 \Delta s \\
 \Delta w
 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{aligned}
& \hat{\lambda}^2 + \alpha * \alpha' + \beta * \beta' + \gamma * \gamma' + \varepsilon * \varepsilon' + \eta * \eta' + \rho * \rho' - 1 \\
& \frac{\partial F}{\partial x} * \hat{\lambda} + \frac{\partial(\frac{\partial L^0(x, y, \pi)}{\partial x})'}{\partial x} * \gamma + \frac{\partial g'(x)}{\partial x} * \varepsilon + \frac{\partial h'(x)}{\partial x} * \eta \\
& \frac{\partial F}{\partial y} * \hat{\lambda} + \frac{\partial G'(y)}{\partial y} * \alpha + \frac{\partial H'(y)}{\partial y} * \beta \\
& G(y) \\
& H(y) + s - H^{\max} \\
& \frac{\partial L^0(x, y, \pi)}{\partial x} \\
& g(x) \\
& h(x) + w - h^{\max} \\
& \pi * w + \mu \\
& -\mu * \hat{\lambda} + S * \beta \\
& -\mu * \hat{\lambda} + W * (\pi' * \rho)
\end{aligned}
\tag{B.7}$$

onde  $\Pi = \text{diag}\{\pi\}$ ,  $B = \text{diag}\{\beta\}$ ,  $P = \text{diag}\{\rho\}$  e  $I$  é a Matriz Identidade.



A determinação do ponto ótimo se faz através de um processo iterativo. No processo iterativo, os erros nas condições de otimalidade e também o valor do parâmetro barreira devem convergir a zero.

A cada iteração, o sistema linear representado em (B.7) é resolvido, e, logo após, é determinado o comprimento do passo nos espaços primal ( $\alpha_p$ ) e dual ( $\alpha_d$ ), de modo que as variáveis de folga sejam todas positivas e os multiplicadores de Lagrange sejam tais que  $\beta \geq 0$  e  $\pi \geq 0$ .

Desta forma,  $\alpha_p$  e  $\alpha_d$  são expressos como:

$$\alpha_p = \min \left[ \frac{-s^T}{\Delta s}, \frac{-w^T}{\Delta w}, 1 \right] \quad (B.8)$$

$$\alpha_d = \min \left[ \frac{-\beta^T}{\Delta \beta}, \frac{-\pi^T}{\Delta \pi}, 1 \right]$$

sendo  $\Delta s < 0, \Delta w < 0, \Delta \beta < 0$  e  $\Delta \pi < 0$ .

Após o cálculo dos passos primal e dual, a nova aproximação para a solução ótima pode ser obtida pela seguinte atualização:

$$\begin{aligned} x^{k+1} &= x^k + \sigma \cdot \alpha_p \cdot \Delta x \\ y^{k+1} &= y^k + \sigma \cdot \alpha_p \cdot \Delta y \\ w^{k+1} &= w^k + \sigma \cdot \alpha_p \cdot \Delta w \\ s^{k+1} &= s^k + \sigma \cdot \alpha_p \cdot \Delta s \\ \beta^{k+1} &= \beta^k + \sigma \cdot \alpha_d \cdot \Delta \beta \\ \rho^{k+1} &= \rho^k + \sigma \cdot \alpha_d \cdot \Delta \rho \\ \eta^{k+1} &= \eta^k + \sigma \cdot \alpha_d \cdot \Delta \eta \\ \hat{\lambda}^{k+1} &= \hat{\lambda}^k + \sigma \cdot \alpha_d \cdot \Delta \hat{\lambda} \\ \pi^{k+1} &= \pi^k + \sigma \cdot \alpha_d \cdot \Delta \pi \end{aligned}$$

onde:

$\sigma$  – constante para garantir a interioridade da nova estimativa de solução, sendo fixada em 0,9995.

O valor do parâmetro de barreira  $\mu$  é computado ao final de cada iteração utilizando-se a equação (B.9) e sendo:

$$g1 = [s; w];$$

$$g2 = [\beta; \pi];$$

$$\mu = \frac{g1^T \cdot g2}{2 \cdot n \cdot \chi} \quad (B.9)$$

onde:

$n$  – número de restrições de desigualdade;

$\chi$  – fator de aceleração ( $\chi > 1$ ), previamente especificado.

A solução do problema é encontrada quando as equações que representam as condições de otimalidade são satisfeitas e a norma do gradiente ou parâmetro de barreira é menor ou igual à tolerância especificada. Portanto, os critérios de convergência são:

$$\mu \leq \varepsilon_{\mu} \quad (B.10)$$

$$\max \quad \|\nabla L\|_{\infty} \leq \varepsilon_L$$

onde:

$$\|\nabla L\|_{\infty} \text{ – norma infinita do gradiente da função Lagrangeana;}$$

$\varepsilon_L$  – tolerância da norma infinita do gradiente da função Lagrangeana;

$\varepsilon_{\mu}$  – tolerância do parâmetro barreira.

O algoritmo para a resolução de um problema de otimização via método primal-dual de pontos interiores é sumarizado nos passos descritos a seguir:

- 1) Inicialização das variáveis ( $\hat{\lambda}^0, x^0, y^0, s^0, w^0, \beta^0, \rho^0$  e  $\eta^0$ ) e um valor inicial para o parâmetro  $\mu$  ( $\mu^0$ );

- 2) Inicialização do contador  $k$ , sendo  $k = 0$ ;
- 3) Resolução do problema (B.6), usando o Método de Newton-Raphson, inicializado em  $(\hat{\lambda}^k, x^k, y^k, s^k, w^k, \beta^k, \rho^k \text{ e } \eta^k)$  para calcular um novo ponto  $(\hat{\lambda}^{k+1}, x^{k+1}, y^{k+1}, s^{k+1}, w^{k+1}, \beta^{k+1}, \rho^{k+1} \text{ e } \eta^{k+1})$ ;
- 4) Aplicação dos testes de convergência. Se os testes indicarem convergência, FIM. Em caso contrário, siga para o passo 5;
- 5) Atualização do contador,  $k = k + 1$ . Determinação dos comprimentos dos passos nos espaços primal e dual;
- 6) Atualização das variáveis de otimização  $(\hat{\lambda}^{k+1}, x^{k+1}, y^{k+1}, s^{k+1}, w^{k+1}, \beta^{k+1}, \rho^{k+1} \text{ e } \eta^{k+1})$ ;
- 7) Cálculo do novo valor para o parâmetro de barreira,  $\mu^k < \mu^{k-1}$  e retorne ao passo 3.



**ANEXO A**

**Dados dos geradores e cargas do sistema de 30 barras.**

Os dados do sistema de 30 barras estão na Tabela A.1.

Tabela A.1 – Dados do sistema de 30 barras

<i>Barra</i>	$Sg_i$ (pu)	$Xs$ (pu)	$FP$ <i>nom</i>	$Qg_i^{max}$ (pu)	$Qg_i^{min}$ (pu)	$Pd$ (pu)	$Qd$ (pu)
1	2,00	0,82	0,9	1,54	-1,21	-	-
2	1,80	0,92	0,9	1,38	-1,08	0,39	0,22
3	-	-	-	-	-	0,04	0,02
4	-	-	-	-	-	0,13	0,02
5	1,40	1,09	0,9	1,06	-0,91	1,69	0,59
6	-	-	-	-	-	-	-
7	-	-	-	-	-	0,41	0,19
8	1,40	1,09	0,9	1,06	-0,91	0,54	0,54
9	-	-	-	-	-	-	-
10	-	-	-	-	-	0,10	0,03
11	1,40	1,09	0,9	1,06	-0,91	-	-
12	-	-	-	-	-	0,20	0,13
13	1,40	1,09	0,9	1,06	-0,91	-	-
14	-	-	-	-	-	0,11	0,02
15	-	-	-	-	-	0,14	0,04
16	-	-	-	-	-	0,06	0,03
17	-	-	-	-	-	0,16	0,10
18	-	-	-	-	-	0,05	0,01
19	-	-	-	-	-	0,17	0,06
20	-	-	-	-	-	0,03	0,01
21	-	-	-	-	-	0,31	0,20
22	-	-	-	-	-	-	-
23	-	-	-	-	-	0,05	0,02
24	-	-	-	-	-	0,15	0,12
25	-	-	-	-	-	-	-
26	-	-	-	-	-	0,06	0,04
27	-	-	-	-	-	-	-
28	-	-	-	-	-	-	-
29	-	-	-	-	-	0,04	0,01
30	-	-	-	-	-	0,19	0,03

**ANEXO B**  
**Dados dos geradores e cargas do sistema de 118 barras.**

Os dados do sistema de 118 barras estão na Tabela B.1 e Tabela B.2.

Tabela B.1 – Dados de carga do sistema de 118 barras

<i>Barra</i>	<i>Pd</i> (pu)	<i>Qd</i> (pu)	<i>Barra</i>	<i>Pd</i> (pu)	<i>Qd</i> (pu)
1	0,51	0,27	60	0,78	0,03
2	0,20	0,09	61	0,00	0,00
3	0,39	0,10	62	0,77	0,14
4	0,39	0,12	63	0,00	0,00
5	0,00	0,00	64	0,00	0,00
6	0,52	0,22	65	0,00	0,00
7	0,19	0,02	66	0,39	0,18
8	0,28	0,00	67	0,28	0,07
9	0,00	0,00	68	0,00	0,00
10	0,00	0,00	69	0,00	0,00
11	0,70	0,23	70	0,66	0,20
12	0,47	0,10	71	0,00	0,00
13	0,34	0,16	72	0,12	0,00
14	0,14	0,01	73	0,06	0,00
15	0,90	0,30	74	0,68	0,27
16	0,25	0,10	75	0,47	0,11
17	0,11	0,03	76	0,68	0,36
18	0,60	0,34	77	0,61	0,28
19	0,45	0,25	78	0,71	0,26
20	0,18	0,03	79	0,39	0,32
21	0,14	0,08	80	1,30	0,26
22	0,10	0,05	81	0,00	0,00
23	0,07	0,03	82	0,54	0,27
24	0,13	0,00	83	0,20	0,10
25	0,00	0,00	84	0,11	0,07
26	0,00	0,00	85	0,24	0,15
27	0,71	0,13	86	0,21	0,10
28	0,17	0,07	87	0,00	0,00
29	0,24	0,04	88	0,48	0,10
30	0,00	0,00	89	0,00	0,00
31	0,36	0,27	90	1,63	0,42
32	0,59	0,23	91	0,10	0,00
33	0,23	0,09	92	0,65	0,10
34	0,59	0,26	93	0,12	0,07
35	0,33	0,09	94	0,30	0,16
36	0,31	0,17	95	0,42	0,31
37	0,00	0,00	96	0,38	0,15
38	0,00	0,00	97	0,15	0,09
39	0,27	0,11	98	0,34	0,08



40	0,66	0,23	99	0,42	0,00
41	0,37	0,10	100	0,37	0,18
42	0,96	0,23	101	0,22	0,15
43	0,18	0,07	102	0,05	0,03
44	0,16	0,08	103	0,23	0,16
45	0,53	0,22	104	0,38	0,25
46	0,09	0,10	105	0,31	0,26
47	0,34	0,00	106	0,43	0,16
48	0,20	0,11	107	0,50	0,12
49	0,87	0,30	108	0,02	0,01
50	0,17	0,04	109	0,08	0,03
51	0,17	0,08	110	0,39	0,30
52	0,18	0,05	111	0,00	0,20
53	0,23	0,11	112	0,68	0,13
54	1,13	0,32	113	0,06	0,00
55	0,63	0,22	114	0,08	0,03
56	0,84	0,18	115	0,22	0,07
57	0,12	0,03	116	1,84	0,00
58	0,12	0,03	117	0,20	0,08
59	2,77	1,13	118	0,33	0,10

Tabela B.2 – Dados dos geradores do sistema de 118 barras

<i>Barra</i>	$Sg_i$ (pu)	$Xs$ (pu)	$FP$ <i>nom</i>	$Qg_i^{max}$ (pu)	$Qg_i^{min}$ (pu)
1	1,80	0,92	0,90	1,39	-1,09
4	2,17	0,72	0,90	1,66	-1,38
6	1,08	1,30	0,90	0,81	-0,77
8	2,17	0,72	0,90	1,66	-1,38
10	2,00	0,83	0,90	1,54	-1,21
12	1,08	1,30	0,90	0,81	-0,77
15	0,72	1,88	0,90	0,53	-0,53
18	0,72	1,88	0,90	0,53	-0,53
19	1,08	1,30	0,90	0,81	-0,77
24	0,72	1,81	0,90	0,53	-0,55
25	2,17	0,72	0,90	1,66	-1,38
26	3,24	0,45	0,90	2,43	-2,23
27	0,72	1,94	0,90	0,54	-0,51
31	0,72	1,94	0,90	0,54	-0,51
32	0,72	1,94	0,90	0,54	-0,51
34	1,08	1,25	0,90	0,80	-0,80
36	1,08	1,25	0,90	0,80	-0,80
40	0,72	1,94	0,90	0,54	-0,51
42	1,08	1,25	0,90	0,80	-0,80
46	0,72	1,94	0,90	0,54	-0,51
49	2,17	0,72	0,90	1,66	-1,38

54	0,72	1,94	0,90	0,54	-0,51
55	1,08	1,25	0,90	0,80	-0,80
56	0,72	1,94	0,90	0,54	-0,51
59	1,08	1,57	0,90	0,84	-0,64
61	1,08	1,25	0,90	0,80	-0,80
62	1,08	1,25	0,90	0,80	-0,80
65	2,16	0,73	0,90	1,65	-1,38
66	3,24	0,51	0,90	2,50	-1,96
69	4,34	0,38	0,90	3,35	-2,60
70	0,72	1,94	0,90	0,54	-0,51
72	0,72	1,94	0,90	0,54	-0,51
73	0,72	1,94	0,90	0,54	-0,51
74	1,08	1,25	0,90	0,80	-0,80
76	1,08	1,25	0,90	0,80	-0,80
77	0,72	1,94	0,90	0,54	-0,51
80	3,25	0,51	0,90	2,51	-1,97
85	1,08	1,30	0,90	0,81	-0,77
87	1,08	1,25	0,90	0,80	-0,80
89	2,25	0,70	0,90	1,72	-1,43
90	2,17	0,72	0,90	1,66	-1,38
91	0,72	1,94	0,90	0,54	-0,51
92	1,08	1,25	0,90	0,80	-0,80
99	0,72	1,94	0,90	0,54	-0,51
100	4,00	0,44	0,90	3,12	-2,26
103	5,00	0,34	0,90	3,88	-2,94
104	2,08	0,79	0,90	1,60	-1,26
105	2,08	0,79	0,90	1,60	-1,26
107	2,08	0,79	0,90	1,60	-1,26